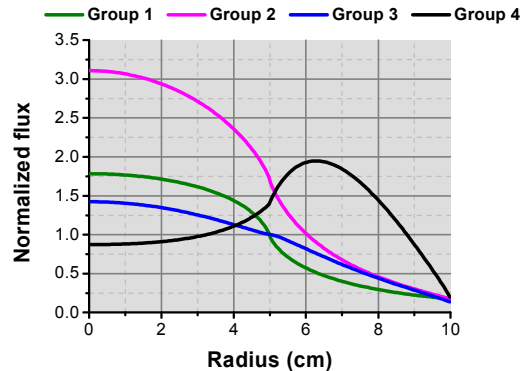


کد محاسباتی یک بعدی ترابرد نوترون به روش احتمال برخورد



گزارش فنی COPRO-1D

بسته نهم - ویرایش ۰ - آذر ۱۳۹۲

ANC-TEC-TED-CP-100

فهرست مطالب

- ۱- چکیده..... ۱۶
- ۲- کلیدواژه..... ۱۶
- ۳- اختصارات..... ۱۷
- ۴- مقدمه..... ۱۸
- ۵- دامنه گزارش..... ۲۳
- ۶- معادله انتگرالی ترابرد..... ۲۳

- ۷- احتمالات برخورد ۳۳
- ۸- احتمال برخورد در هندسه تیغه‌ای ۴۳
- ۹- بررسی روش‌های اعمال شرط مرزی ۵۴
- ۱۰- راستی‌آزمایی روش احتمال برخورد در هندسه تیغه‌ای ۶۱
- ۱۱- احتمال برخورد در هندسه حلقوی ۱۲۳
- ۱۲- راستی‌آزمایی محاسبات هندسه حلقوی ۱۵۲
- ۱۳- نتیجه‌گیری ۱۸۴

۱۴- مراجع..... ۱۸۵

لیست شکل‌ها

- شکل ۱: فرایند تولید سطح مقطع چگال ۲۲
- شکل ۲: نحوه تبدیل سلول مربعی به استوانه‌ای ۲۳
- شکل ۳: مبدأ در راستای جهت پرواز ۲۸
- شکل ۴: مختصات ترابرد نوترون ۳۵
- شکل ۵: مختصات مشخص کننده ترابرد نوترون‌های خروجی ۳۸
- شکل ۶: مختصات ترابرد در هندسه کروی ۴۴
- شکل ۷: شرط مرزی بازتابندگی در سمت راست ۵۵
- شکل ۸: شرط مرزی بازتابندگی در دو طرف ۵۶
- شکل ۹: شرط مرزی متناوب ۵۷

- شکل ۱۰: توزیع شار درون محیط ۶۶
- شکل ۱۱: توزیع خطای شار در محیط ۶۷
- شکل ۱۲: توزیع شار درون محیط ۶۹
- شکل ۱۳: توزیع درصد خطای نسبی ۷۰
- شکل ۱۴: مقایسه شار نوترونی حاصل از COPRO ۷۲
- شکل ۱۵: توزیع درصد خطای نسبی در مقایسه با کد DRAGON ۷۳
- شکل ۱۶: مقایسه شار نوترونی حاصل از COPRO و کد DRAGON ۷۵
- شکل ۱۷: توزیع درصد خطای نسبی ۷۶
- شکل ۱۸: نواحی مختلف استفاده شده در تست خلاء ۷۷
- شکل ۱۹: توزیع شار حاصل از کد COPRO و DRAGON ۷۹

- شکل ۲۰: توزیع درصد خطای نسبی در محیط..... ۸۰
- شکل ۲۱: توزیع شار درون محیط..... ۸۳
- شکل ۲۲: توزیع درصد خطای نسبی در مقایسه با کد DRAGON..... ۸۴
- شکل ۲۳: مقایسه ضریب تکثیر کد نوشته شده با MCNP و ANISN بر حسب ضخامت‌های مختلف تیغه..... ۸۵
- شکل ۲۴: میزان خطا در محاسبه تکثیر بر حسب طولهای مختلف تیغه..... ۸۶
- شکل ۲۵: توزیع شار نوترونی در محیط..... ۸۸
- شکل ۲۶: هندسه قلب دو گروهی با کند کننده حاشیه‌ای..... ۹۲
- شکل ۲۷: مشخصات هندسی رآکتور چهار گروهی..... ۹۴
- شکل ۲۸: شار بهنجار شده چهار گروهی..... ۹۷
- شکل ۲۹: درصد اختلاف نسبی شار گروهی بین COPRO و کد DRAGON..... ۹۸

- شکل ۳۰: تغییرات درصد خطای نسبی ضریب تکثیر محاسبه شده در مش بندی های متفاوت با کد DRAGON ۱۰۰
- شکل ۳۱: مشخصات هندسی راکتور ۱۰۱
- شکل ۳۲: شار بهنجار شده دو گروهی ۱۰۳
- شکل ۳۳: درصد اختلاف نسبی شار گروهی بین COPRO و کد DRAGON ۱۰۴
- شکل ۳۴: شار بهنجار شده دو گروهی ۱۰۶
- شکل ۳۵: درصد اختلاف نسبی شار گروهی بین COPRO و کد DRAGON ۱۰۷
- شکل ۳۶: مشخصات هندسی راکتور ۱۰۹
- شکل ۳۷: توزیع شار سیستم ۱۱۰
- شکل ۳۸: توزیع خطا در مقایسه با کد DRAGON ۱۱۱
- شکل ۳۹: مشخصات هندسی راکتور ۱۱۳

- شکل ۴۰: توزیع شار سیستم ۱۱۵
- شکل ۴۱: توزیع خطا در مقایسه با کد DRAGON ۱۱۶
- شکل ۴۲: شار بهنجار شده چهار گروهی ۱۱۹
- شکل ۴۳: میزان خطای نسبی در مقایسه با کد DRAGON ۱۲۰
- شکل ۴۴: تصویر بردارهای سه بعدی به صفحه X-Y ۱۲۵
- شکل ۴۵: مختصات مشخص کننده نحوه انتگرال گیری در مختصات استوانه‌ای ۱۳۰
- شکل ۴۶: انتگرال گیری احتمال برخورد در هندسه استوانه‌ای یک بعدی ۱۳۱
- شکل ۴۷: آزمون تک ناحیه‌ای و یک گروهی ۱۵۳
- شکل ۴۸: میزان انحراف ضریب تکثیر در روش اول بر حسب مقادیر مختلف تعداد مش و نقاط انتگرال گیری ۱۵۴
- شکل ۴۹: درصد خطای نسبی ضریب تکثیر در روش اول بر حسب مقادیر مختلف تعداد مش و نقاط انتگرال گیری ۱۵۶

- شکل ۵۰: وابستگی خطای ضریب تکثیر در روش دوم به مقادیر مختلف تعداد مش و نقاط انتگرال گیری..... ۱۵۷
- شکل ۵۱: آزمون استوانه دو ناحیه‌ای..... ۱۵۹
- شکل ۵۲: شار بهنجار شده دو ناحیه‌ای..... ۱۶۱
- شکل ۵۳: درصد خطای نسبی شار بهنجار شده..... ۱۶۲
- شکل ۵۴: سوخت استوانه‌ای در آزمون سه گروهی..... ۱۶۳
- شکل ۵۵: مشخصات هندسی رآکتور چهار گروهی..... ۱۶۵
- شکل ۵۶: شار بهنجار شده آزمون دو ناحیه‌ای و چهار گروهی محاسبه شده توسط روش اول..... ۱۶۸
- شکل ۵۷: درصد خطای نسبی شار بهنجار شده توسط روش اول با کد DRAGON..... ۱۶۹
- شکل ۵۸: درصد خطای نسبی شار بهنجار شده توسط روش دوم با کد DRAGON..... ۱۷۰
- شکل ۵۹: شار بهنجار شده آزمون دو ناحیه‌ای و چهار گروهی محاسبه شده توسط روش اول..... ۱۷۱

- شکل ۶۰: مشخصات هندسی رآکتور..... ۱۷۲
- شکل ۶۱: شار پهنجار شده دو گروهی..... ۱۷۴
- شکل ۶۲: درصد اختلاف نسبی شار گروهی بین COPRO و کد DRAGON..... ۱۷۵
- شکل ۶۳: شار پهنجار شده دو گروهی..... ۱۷۷
- شکل ۶۴: درصد اختلاف نسبی شار گروهی بین COPRO و کد DRAGON..... ۱۷۸
- شکل ۶۵: نواحی مختلف استفاده شده در تست خلاء..... ۱۸۰
- شکل ۶۶: توزیع شار حاصل از کد COPRO و DRAGON..... ۱۸۲
- شکل ۶۷: توزیع درصد خطای نسبی در محیط..... ۱۸۳

لیست جدول‌ها

- جدول شماره ۱: مشخصات محیط مورد بررسی ۶۵
- جدول شماره ۲: مشخصات محیط مورد بررسی ۶۸
- جدول شماره ۳: مشخصات محیط مورد بررسی ۷۱
- جدول شماره ۴: مشخصات محیط مورد بررسی ۷۴
- جدول شماره ۵: مشخصات نواحی مختلف استفاده شده در تست خلاء ۷۸
- جدول شماره ۶: مشخصات محیط مورد بررسی ۸۲
- جدول شماره ۷: مشخصات نوترونی قلب مورد بررسی ۸۷
- جدول شماره ۸: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه و خطای نسبی در مقایسه با کد DRAGON ۸۹

- جدول شماره ۹: سطح مقطع‌های تیغه بحرانی دو گروهی..... ۹۰
- جدول شماره ۱۰: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه بحرانی دو گروهی..... ۹۱
- جدول شماره ۱۱: سطح مقطع‌های گروهی ناهمگن یک بعدی..... ۹۳
- جدول شماره ۱۲: مقادیر ضریب تکثیر موثر..... ۹۳
- جدول شماره ۱۳: سطح مقطع‌های مربوط به آزمون چهار گروهی..... ۹۶
- جدول شماره ۱۴: نتایج محاسبات بحرانیت برای رآکتور ناهمگن چهار گروهی..... ۹۹
- جدول شماره ۱۵: سطح مقطع‌های آزمون ششم..... ۱۰۲
- جدول شماره ۱۶: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه دو گروهی..... ۱۰۵
- جدول شماره ۱۷: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه دو گروهی..... ۱۰۸
- جدول شماره ۱۸: مقادیر ضریب تکثیر موثر آزمون چهار گروهی آلبدو..... ۱۱۲

- جدول شماره ۱۹: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه دو گروهی..... ۱۱۴
- جدول شماره ۲۰: سطح مقطع پراکندگی سوخت آزمون فوق..... ۱۱۷
- جدول شماره ۲۱: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه..... ۱۱۸
- جدول شماره ۲۲: مقایسه ضریب تکثیر آزمون ۱۰۰ گروهی با کد MCNP..... ۱۲۲
- جدول شماره ۲۳: سطح مقطع‌های استوانه بحرانی [۱۰]..... ۱۵۳
- جدول شماره ۲۴: ضریب تکثیر موثر این آزمون..... ۱۵۸
- جدول شماره ۲۵: مشخصات آزمون استوانه دو ناحیه‌ای و یک گروهی..... ۱۶۰
- جدول شماره ۲۶: ضریب تکثیر موثر محاسبه شده..... ۱۶۰
- جدول شماره ۲۷: سطح مقطع‌های راکتور همگن سه گروهی..... ۱۶۴
- جدول شماره ۲۸: ضریب تکثیر موثر محاسبه شده..... ۱۶۴

- جدول شماره ۲۹: نتایج بدست آمده با شرط بازتابندگی کامل..... ۱۶۴
- جدول شماره ۳۰: سطح مقطع‌های مربوط به آزمون چهار گروهی..... ۱۶۶
- جدول شماره ۳۱: ضریب تکثیر محاسبه شده توسط روش اول..... ۱۶۷
- جدول شماره ۳۲: ضریب تکثیر محاسبه شده توسط روش دوم..... ۱۶۷
- جدول شماره ۳۳: سطح مقطع آزمون فوق..... ۱۷۳
- جدول شماره ۳۴: مقادیر ضریب تکثیر موثر..... ۱۷۶
- جدول شماره ۳۵: مقادیر ضریب تکثیر موثر..... ۱۷۹
- جدول شماره ۳۶: مشخصات نواحی مختلف استفاده شده در تست خلاء..... ۱۸۱

۱- چکیده

در این گزارش حل معادله ترابرد نوترون به روش احتمال برخورد مورد بررسی قرار گرفته است. روش احتمال برخورد بیشتر در کدهای محاسبات سلولی کاربرد دارد. این معادلات در مختصات یک بعدی و هندسه‌های تیغه‌ای و حلقوی استخراج و پیاده‌سازی شده است. نتایج با داده‌های تحلیلی، کدهای احتمالاتی و یقینی مقایسه شده است. عملکرد حاصله مؤید دقت بالای کد توسعه داده شده است.

۲- کلیدواژه

ترابرد ذرات، احتمال برخورد، هندسه تیغه‌ای، هندسه حلقوی.

۳- اختصارات

توضیح	عبارت اختصاری	عبارت
کد یقینی محاسبات ترابرد	-	DRAGON
کد احتمالاتی ترابرد ذرات	MCNP	N-Particle Transport Code Monte Carlo
درصد خطای نسبی	REP	Relative Error Percent
گروه انرژی	G	Group
۱۶ زاویه گسسته	S16	Sixteen Discrete Ordinates
کد یک بعدی ترابرد جهت‌های گسسته با پراکندگی غیرهمسانگرد	ANISN	One-Dimensional Discrete Ordinates Transport Code System with Anisotropic Scattering

۴ - مقدمه

هدف اصلی در مدل‌سازی راکتورهای هسته‌ای بررسی عملکرد حالت پایا و گذرا در شرایط مختلف است. این تجزیه و تحلیل‌ها معمولاً با استفاده از حل معادله پخش نوترون به روش نودال در سه بعد [۱]، همراه با بازخوردهای^۱ ترموهیدرولیکی انجام می‌شود. در این روش، کل قلب توسط مجموعه‌ای از نواحی همگن (از نقطه نظر سطح مقطع) مدل می‌گردد. این نواحی همگن نشانگر خواص نوترونی مجتمع سوخت مشتمل بر میله سوخت، میله کنترل و لوله‌های راهنما هستند. سطح مقطع نواحی همگن معمولاً در دو گروه حرارتی و سریع توسط کدهای محاسبات سلولی استخراج می‌گردد. در این کدها رفتار جزئی و بسیار دقیق نوترونی سلول سوخت (مشتمل بر سوخت و خنک کننده اطراف آن) و شبکه‌ای از این سلول‌ها (مجتمع سوخت) مورد بررسی قرار گرفته و سطح مقطع‌های دو یا چند گروهی تولید می‌شود.

¹ Feedback

چالش اساسی در این محاسبات سلولی، فشرده‌سازی^۱ و همگن‌سازی^۲ سطح مقطع با استفاده از داده‌های پیوسته بر روی انرژی و ساختار به شدت غیرهمگن مجتمع سوخت است، به نحوی که داده‌های دو گروهی همگن قادر باشند رفتار نوترونی را با دقت بسیار بالا توسط کدهای نودال بیان کنند. از این‌رو رفتار نوترون بایستی به صورت دقیق در گروه و محل‌های مختلف مورد بررسی قرار گیرد.

با مشخص بودن سطح مقطع‌های میکروسکوپی اولیه از کتابخانه داده‌های هسته‌ای و کدهای پیش‌پردازش از قبیل NJOY، توزیع شار با حل معادله ترابرد نوترون بدست می‌آید. شایان ذکر است که این توزیع در سلول سوخت یا شبکه-ای از این سلول‌ها محاسبه می‌شود.

¹ Collapsing

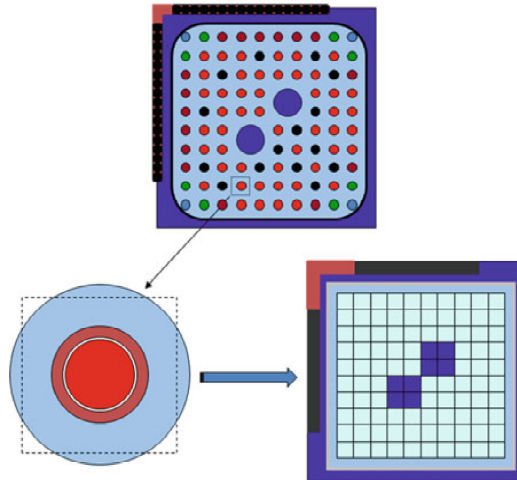
² Homogenization

در اغلب کدهای سلولی، ابتدا معادله ترابرد در یک بعد با استفاده از سطوح مقاطع کتابخانه، حل شده و به کمک شار محاسبه شده، سطح مقطع‌های فشرده تولید می‌گردد [۱]. محاسبه شار معمولاً در یک سلول و در یک بعد، به صورت مجزا از دیگر سلول‌ها (با استفاده از شرط مرزی بازتابنده) انجام می‌پذیرد. شکل ۱ فرایند تولید سطح مقطع معادل را نشان می‌دهد. در مواردی که سلول سوخت به شکل مربع است، می‌تواند با حفظ حجم خنک کننده، توسط یک سلول استوانه‌ای تقریب زده شود (شکل ۲). از این رو محاسبات همچنان در یک بعد انجام می‌شود. پس از محاسبه سطح مقطع چگالش، محاسبات دو بعدی برای تولید سطح مقطع‌های همگن دو یا چند گروهی برای مجتمع سوخت انجام می‌شود [۱]. این روش در کدهای CASMO-4 و LANCER02 استفاده شده است.

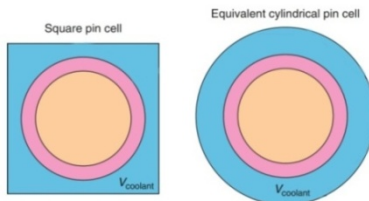
محاسبه شار را می‌توان توسط روش‌های متنوعی از قبیل احتمال برخورد، روش مشخصه^۱ و یا جهت‌های گسسته^۲ انجام داد. با توجه به غیرهمگنی شدید و جذب بالای نوترونی سوخت، از معادله انتگرالی ترابرد برای محاسبه شار استفاده می‌شود. در این طرح از روش احتمال برخورد با توجه به ویژگی برتر آن برای حل معادله ترابرد استفاده شده است. کدهای WIMS و HELIOS از این روش برای حل معادله ترابرد استفاده می‌کنند.

¹ Method of characteristics

² discrete ordinate



شکل ۱: فرایند تولید سطح مقطع چگال



شکل ۲: نحوه تبدیل سلول مربعی به استوانه‌ای

۵- دامنه گزارش

کد توسعه داده شده در محاسبات سلولی برای چگالش سطح مقطع‌ها کاربرد دارد.

۶- معادله انتگرالی ترابرد

جمعیت نوترونی در سیستم‌های هسته‌ای معمولاً، توسط شار زاویه‌ای توصیف می‌گردد.

$$\phi(r, E, \Omega) = vn(r, E, \Omega) \quad (۱-۶)$$

که $n(r, E, \Omega)dVdEd\Omega$ تعداد کل نوترون‌ها در حجم dV در محدوده r ، در بازه انرژی dE حول E و در زاویه فضای $d\Omega$ حول Ω و v مقدار سرعت مطلق نوترون است. شار زاویه‌ای $\Phi(r, E, \Omega)$ توسط معادله ترابرد نوترون مستقل از زمان بدست می‌آید.

$$\Omega \cdot \nabla \phi(r, E, \Omega) + \Sigma_t(r, E) \phi(r, E, \Omega) = Q(r, E, \Omega) \quad (۲-۶)$$

که یک رابطه موازنه برای نوترون‌ها در حجم تعمیم یافته $dVdEd\Omega$ است. سمت راست معادله (۲-۶) نوترون‌های چشمه و سمت چپ اتلاف را مشخص می‌کند. هدر رفت شامل فرایند جذب و پراکندگی ($\Sigma_t(r, E)$ سطح مقطع کل) است که نوترون‌ها را از بازه dE حول E حذف می‌کند و همچنین شامل نشت به بیرون نوترون‌ها است. چشمه نوترونی شامل فرایند پراکندگی و واکنش شکافت است. چگالی کل چشمه $Q(r, E, \Omega)$ می‌تواند به صورت زیر نوشته شود.

$$Q(r, E, \Omega) = S(r, E, \Omega) + F(r, E, \Omega) \quad (3-6)$$

که $S(r, E, \Omega)$ چگالی چشمه نوترونی به دلیل فرایند پراکندگی و $F(r, E, \Omega)$ چگالی نوترون‌های شکافت است. چگالی چشمه به دلیل پراکندگی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$S(r, E, \Omega) = \int \int_{E', \Omega'} \Sigma_s(r, E', \Omega' \rightarrow E, \Omega) \phi(r, E', \Omega') dE' d\Omega' \quad (4-6)$$

که $\Sigma_s(r, E', \Omega' \rightarrow E, \Omega)$ سطح مقطع انتقال و نمایانگر چگونگی تغییر زاویه و انرژی نوترون در فرایند پراکندگی است. جمله $S(r, E, \Omega) dV dE d\Omega$ تعداد نوترون‌های در حجم dV که در بازه انرژی dE حول E و زاویه فضایی $d\Omega$ حول Ω از تمامی زوایا و انرژی ظاهر می‌شوند، است. در محاسبه چگالی چشمه شکافت، فرض اینکه انرژی نوترون شکافت مستقل از انرژی نوترون فرودی و در سیستم آزمایشگاهی همسانگرد است، بسیار مناسب است.

$$F(r, E, \Omega) = \frac{\chi(E)}{4\pi k_{eff}} \int \int_{E', \Omega'} v(E') \Sigma_f(r, E') \phi(r, E', \Omega') dE' d\Omega' \quad (5-6)$$

که $\Sigma_f(r, E)$ سطح مقطع شکافت، v تعداد متوسط نوترون‌های ساطع شده از فرایند شکافت، k_{eff} ضریب تکثیر و $\chi(E)$ توزیع انرژی نوترون‌های شکافت است که به یک بهنجار تبدیل شده است. سطح مقطع انتقال $\Sigma_s(r, E', \Omega' \rightarrow E, \Omega)$ در بعضی از موارد به صورت صریح به زاویه بستگی دارد. در عمل، در اغلب موارد، این سطح مقطع به کسینوس زاویه پراکندگی وابسته است.

$$\Sigma_s(r, E', \Omega' \rightarrow E, \Omega) = \Sigma_s(r, E' \rightarrow E, \Omega', \Omega) \quad (6-6)$$

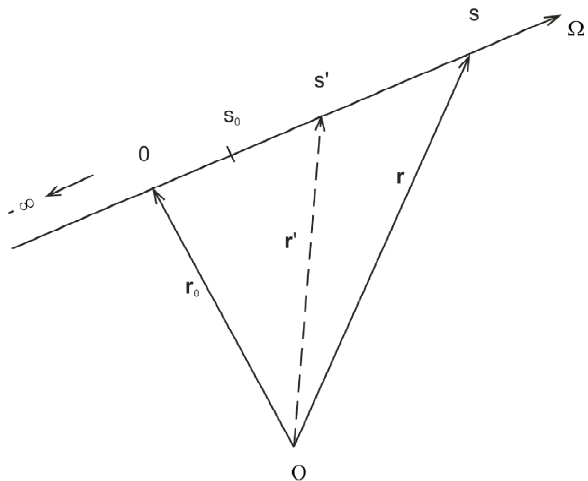
احتمال برخورد بر مبنای معادله انتگرالی ترابرد است. بنابراین ابتدا معادله (۶-۲) که یک معادله انتگرالی دیفرانسیلی است به شکل مد نظر با استفاده از روش مشخصه تبدیل می‌گردد. این روش معادله ترابرد را در جهت پرواز Ω حل می‌-

کند. برای این هدف جمله نشت $\Omega \cdot \nabla \Phi$ به شکل دیگری تبدیل می‌شود. در مختصات دکارتی جمله نشت به صورت زیر است.

$$\Omega \cdot \nabla \phi = \left(\Omega_x \frac{\partial}{\partial x} + \Omega_y \frac{\partial}{\partial y} + \Omega_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \phi \quad (7-6)$$

اگر s متغیر مکانی در جهت پرواز Ω باشد (شکل ۳)، دیفرانسیل شار زاویه به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{dz}{ds} \quad (8-6)$$



شکل ۳: مبدأ در راستای جهت پرواز

با مقایسه معادلات (۶-۷) و (۶-۸) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= \Omega_x, & x &= x_0 + s\Omega_x \\ \frac{dy}{ds} &= \Omega_y, & y &= y_0 + s\Omega_y \\ \frac{dz}{ds} &= \Omega_z, & z &= z_0 + s\Omega_z \end{aligned} \quad (۹-۶)$$

که به صورت برداری زیر نوشته می‌شود.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + s\boldsymbol{\Omega} \quad (۱۰-۶)$$

بنابراین معادله ترابرد به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{d}{ds} \phi(\mathbf{r}_0 + s\boldsymbol{\Omega}, E, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma_t(\mathbf{r}_0 + s\boldsymbol{\Omega}, E) \phi(\mathbf{r}_0 + s\boldsymbol{\Omega}, E, \boldsymbol{\Omega}) = Q(\mathbf{r}_0 + s\boldsymbol{\Omega}, E, \boldsymbol{\Omega}) \quad (۱۱-۶)$$

به صورت خلاصه:

$$\frac{d\phi}{ds} = -a(s)\phi(s) + Q(s) \quad (۱۲-۶)$$

که $a(s)$ نشانگر سطح مقطع کل است. اگر فرض گردد که تابع $\phi(s)$ در جمله چشمه $Q(s)$ مشخص است، یک معادله مرتبه اول خطی حاصل می‌شود. جواب همگن این معادله به صورت زیر است.

$$\phi(s) = c \exp \left[- \int_{s_0}^s a(s') ds \right] \quad (۱۳-۶)$$

جواب کامل این معادله از جمع جواب خصوصی و همگن حاصل می‌گردد.

$$\phi(s) = \int_{s_0}^s Q(s') \exp \left[- \int_{s'}^s a(s'') ds'' \right] ds' + c \exp \left[- \int_{s_0}^s a(s') ds \right] \quad (۱۴-۶)$$

با $c = \Phi(s_0)$ ، که s_0 یک نقطه اختیاری در خط اتصال r' و r است. بنابراین

$$\phi(s) = \int_{s_0}^s Q(s') \exp \left[- \int_{s'}^s a(s'') ds'' \right] ds' + \phi(s_0) \exp \left[- \int_{s_0}^s a(s') ds \right] \quad (۱۵-۶)$$

اگر s_0 برابر با s_B (مقدار s در مرز مورد بررسی) گردد و اگر هیچ جریان ورودی نداشته باشیم.

$$\phi(s) = \int_{s_B}^s Q(s') \exp \left[- \int_{s'}^s a(s'') ds'' \right] ds' \quad (۱۶-۶)$$

با $s_B \rightarrow -\infty$ رابطه (۱۶-۶) به رابطه زیر تبدیل می شود.

$$\phi(s) = \int_{-\infty}^s Q(s') \exp \left[- \int_{s'}^s a(s'') ds'' \right] ds' \quad (17-6)$$

یا

$$\phi(r_0 + s\Omega, E, \Omega) = \int_{-\infty}^s Q(r_0 + s'\Omega, E, \Omega) \exp \left[- \int_{s'}^s \Sigma_t(r_0 - s''\Omega) ds'' \right] ds' \quad (18-6)$$

بردار r_0 در سمت راست رابطه (18-6) با $r - s\Omega$ جایگزین می‌شود. به علاوه متغیر s' و s'' به نحوی منتقل می‌شوند که به جای r_0 بتوان از r استفاده کرد (شکل 3). بنابراین داریم:

$$\phi(r, E, \Omega) = \int_0^{\infty} Q(r - s'\Omega, E, \Omega) \exp \left[- \int_0^{s'} \Sigma_t(r - s''\Omega) ds'' \right] ds' \quad (19-6)$$

جمله انتگرالی که در تابع نمای ظاهر می‌گردد، مسیر اپتیکی بین چشمه و آشکارساز است.

$$\tau(\vec{r}', \vec{r}) = \int_0^{s'} \Sigma_t(\vec{r}-s, \Omega) ds \quad (۲۰-۶)$$

این جمله معرف تضعیف نوترون در هنگام پرواز است.

۷- احتمالات برخورد

در فیزیک راکتور و محاسبات سلولی اغلب شار عددی مورد نیاز است. از این رو با انتگرال گیری روی زاویه فضایی از شار زاویه ای در معادله انتگرالی ترابرد (۲۰-۶) به شار عددی می‌رسیم.

$$\phi(\vec{r}, E) = \int \phi(\vec{r}, E, \Omega) d\Omega \quad (۱-۷)$$

با استفاده از تعریف شار عددی و روابط زیر

$$dV' = s'^2 ds' d\Omega$$

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi / 4\pi$$

$$r' = r - s' \Omega$$

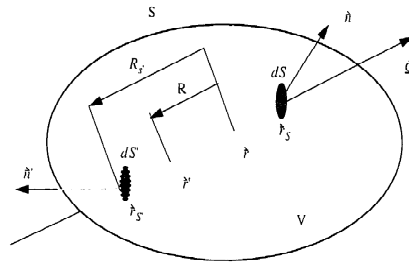
(۲-۷)

معادله ترابرد به شکل زیر نوشته می شود.

$$\phi(\vec{r}, E) = \int d\Omega \phi(r_s', E, \Omega) e^{-\tau(r, r_s', E)} + \int dV' \frac{e^{-\tau(r, r', E)}}{4\pi s'^2} Q(\vec{r}', E) \quad (۳-۷)$$

در این رابطه $\phi(r_s', E, \Omega)$ شار در مرکز، s' مسافت بین \vec{r}' و \vec{r} و τ همین مسافت بر حسب پویش آزاد متوسط^۱ نوترون است. مختصات مشخص کننده ترابرد نوترون برای محاسبه شار عددی در شکل ۴ نشان داده شده است.

¹ mean free path



شکل ۴: مختصات ترابرد نوترون

کرنل موجود در رابطه (۳-۷) $(e^{-\tau}/4\pi s^2)$ بیانگر شار نوترونی بی‌برخورد در نقطه \vec{r} ناشی از چشمه واحد همسانگرد نقطه‌ای در \vec{r}' است. این کرنل همچنین احتمال عدم برخورد (بر واحد cm^2) نوترون‌های تولیدی در \vec{r}' است که از \vec{r} عبور کرده‌اند. به عبارت دیگر، احتمال عدم برخورد در طی مسافت S بر واحد سطح است.

می‌توان جمله اول رابطه (۳-۷) را با استفاده از رابطه (۴-۷)، به انتگرال‌گیری بر روی سطح تبدیل کرد.

$$R_s^2 d\Omega = ds' (n' \cdot \Omega) \quad (4-7)$$

بنابراین معادله انتگرالی ترابرد برای گروه g به قرار زیر بیان می‌گردد.

$$\phi(\vec{r}, E) = \int ds' \frac{n' \cdot \Omega \phi(r_s', E, \Omega)}{|r - r_s'|^2} e^{-\tau(r, r_s', E)} + \int dV' \frac{e^{-\tau(r, r', E)}}{4\pi |r - r'|^2} Q(\vec{r}', E) \quad (5-7)$$

اگر پراکندگی به صورت همسانگرد باشد یا از سطح مقطع اصلاح شده ترابرد برای پراکندگی غیرهمسانگرد خطی استفاده شود، جمله چشمه پراکندگی تنها با شار عددی ارتباط دارد و از این رو این معادله یک معادله خودنگهدار^۱ است و به عنوان معادله Peierls شناخته می‌شود. برای اعمال شرایط مرزی عمومی^۲ به یک معادله اضافی نیاز است. این معادله جریان نوترون‌های خروجی از حجم V را بیان می‌کند.

¹ Self-contained

² General Boundary Condition

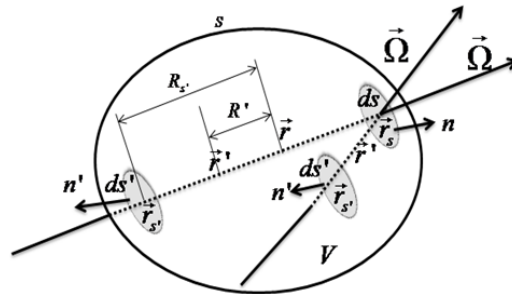
اگر $J^{in}(r_s, E, \Omega)$ جریان ورودی به داخل حجم در تمامی زوایای ورودی ($n' \cdot \Omega < 0$)، در نقطه r_s بر روی سطح S' و n' بردار عمود بر سطح S' باشد می‌توان آن را به شکل زیر تعریف کرد.

$$J^{in}(r_s, E, \Omega) = n' \cdot \Omega \phi(r_s, E, \Omega), \quad n' \cdot \Omega < 0 \quad (6-7)$$

با مشخص بودن شار زاویه‌ای و استفاده از روابط (6-7) و (7-4)، جریان خروجی به قرار زیر بیان می‌گردد.

$$J^{out}(r_s, E) = \int_S \frac{ds'}{|r_s - r_s'|^2} (n \cdot \Omega) (n' \cdot \Omega) \phi(r_s', E, \Omega) e^{-\tau(r_s, r_s', E)} + \int_V \frac{dV'}{|r_s - r'|^2} (n \cdot \Omega) Q(r', E, \Omega) e^{-\tau(r_s, r', E)} \quad (7-7)$$

شکل ۵ مشخص کننده جریان نوترون‌های خروجی در جهت n است. این جریان ناشی از جریان نوترون‌های ورودی و تولیدی درون حجم است که به سطح بیرونی (S) رسیده‌اند.



شکل ۵: مختصات مشخص کننده ترابرد نوترون‌های خروجی

شایان ذکر است که تنها تقریب استفاده شده در معادلات، همسانگردی سطح مقطع پراکندگی است و این معادلات دقیق^۱ هستند. رابطه $e^{-\tau}/4\pi R^2$ احتمال عدم برخورد در مسافت R بر واحد سطح است که به جای استفاده از این رابطه از احتمال اولین پرواز $(\sum_i e^{-\tau}/4\pi R^2)$ که نشانگر تعداد برخوردها در مسافت R است، استفاده می‌شود.

¹ Exact

در روش احتمال برخورد برای بدست آوردن نرخ واکنش متوسط در ناحیه‌های مورد بررسی (سلول سوخت یا مجتمع سوخت)، حجم ناحیه مورد بررسی که با V نمایش می‌دهیم به N_r المان حجمی و سطح آن به N_b المان سطحی به قرار زیر تقسیم می‌شود.

$$V = \sum_{i=1}^{N_r} V_i, \quad S = \sum_{\alpha=1}^{N_b} S_{\alpha} \quad (۸-۷)$$

معادله (۵-۷) در $\Sigma_r(r, E)$ ضرب و بر روی حجم V_i و معادله (۷-۷) بر روی سطح S_{α} انتگرال گیری می‌شود، بنابراین دو رابطه زیر منتج می‌شود. برای ساده‌سازی متغیر انرژی نمایش داده نشده است.

$$V_i \Sigma_{t,i} \phi_i = \sum_{i'} V_{i'} Q_{i'} P_{ii'} + \sum_{\alpha'} S_{\alpha'} J_{\alpha'}^{in} P_{i\alpha'} \quad (۹-۷)$$

$$S_{\alpha} J_{\alpha}^{out} = \sum_{i'} V_{i'} Q_{i'} P_{\alpha i'} + \sum_{\alpha'} S_{\alpha'} J_{\alpha'}^{in} P_{\alpha \alpha'} \quad (۱۰-۷)$$

کمیت‌های متوسط‌گیری شده مکانی در دو رابطه فوق به صورت زیر تعریف می‌گردند.

$$\phi_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} dV \phi(r)$$

$$Q_{i'} = \frac{1}{V_{i'}} \int_{V_{i'}} dV' \int_{4\pi} d\Omega Q(r', \Omega)$$

$$\Sigma_{t,i} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} dV \Sigma_t(r) \phi(r) \quad (11-7)$$

$$J_{\alpha'}^{in} = \frac{1}{S_{\alpha'}} \int_{S_{\alpha'}} dS' \int_{n' \cdot \Omega < 0} d\Omega (n' \cdot \Omega) \phi(r_{s'}, \Omega)$$

$$J_{\alpha}^{out} = \frac{1}{S_{\alpha}} \int_{S_{\alpha}} dS \int_{n \cdot \Omega > 0} d\Omega (n \cdot \Omega) \phi(r_s, \Omega)$$

احتمالات اولین برخورد، که شامل احتمال تولید نوترون در حجم V_i' و انجام اولین برخورد در حجم V_i و همچنین احتمال ورود نوترون از طریق سطح $S_{\alpha'}$ و انجام اولین برخورد در حجم V_i می باشد، به صورت زیر تعریف می گردد.

$$P_{ii'} = \frac{\int dV \Sigma_t(r) \int_{V_i'} \frac{dV'}{|r-r'|^2} Q(r', \Omega) e^{-\tau_g(r, r')}}{\int_{V_i'} dV' \int_{4\pi} d\Omega Q(r', \Omega)} \quad (12-7)$$

$$P_{i\alpha'} = \frac{\int dV \Sigma_t(r) \int_{S_{\alpha'}} \frac{dS'}{|r-r_s'|^2} d\Omega(n' \cdot \Omega) \phi(r_s', \Omega) e^{-\tau(r, r_s')}}{\int_{S_{\alpha'}} dS' \int_{n' \cdot \Omega < 0} d\Omega(n' \cdot \Omega) \phi(r_s', \Omega)} \quad (13-7)$$

احتمال فرار نوترون های تولیدی در حجم V_i از طریق سطح S_{α} بدون انجام برخورد توسط رابطه (7-14) بیان می گردد.

$$P_{ai'} = \frac{\int_{S_\alpha} dS \int_{V_i'} \frac{dV'(n,\Omega)}{|r_s - r'|^2} Q(r', \Omega) e^{-\tau(r_s, r')}}{\int_{V_i'} dV' \int_{4\pi} d\Omega Q(r', \Omega)} \quad (14-7)$$

به صورت مشابه، احتمال اینکه نوترون از طریق سطح $S_{\alpha'}$ وارد شده و بدون برخورد از طریق سطح S_α خارج گردد به صورت زیر بیان می‌شود و به عنوان احتمال عبور^۱ شناخته می‌شود.

$$P_{a\alpha'} = \frac{\int_{S_\alpha} dS \int_{S_{\alpha'}} \frac{dS'(n,\Omega)}{|r_s - r_{s'}|^2} (n,\Omega) \phi(r_{s'}, \Omega) e^{-\tau(r_s, r_{s'})}}{\int_{S_{\alpha'}} dS' \int_{n,\Omega < 0} d\Omega (n,\Omega) \phi(r_{s'}, \Omega)} \quad (15-7)$$

این معادلات تعریف کلی احتمال‌های برخورد، فرار و انتقال می‌باشند.

¹ Transmission probability

۸- احتمال برخورد در هندسه تیغه‌ای

هندسه انتخابی در حل معادله انتگرالی ترابرد در سلول سوخت معمولاً تیغه‌ای و حلقوی است. در این بخش احتمال برخورد برای هندسه تیغه‌ای و شرط مرزی خلاء استخراج می‌شود. این معادلات در شرایط یک گروهی استخراج شده و سپس به چند گروهی تعمیم داده می‌شود. نحوه اعمال شرایط مرزی مختلف در بخش بعد بررسی می‌شود.

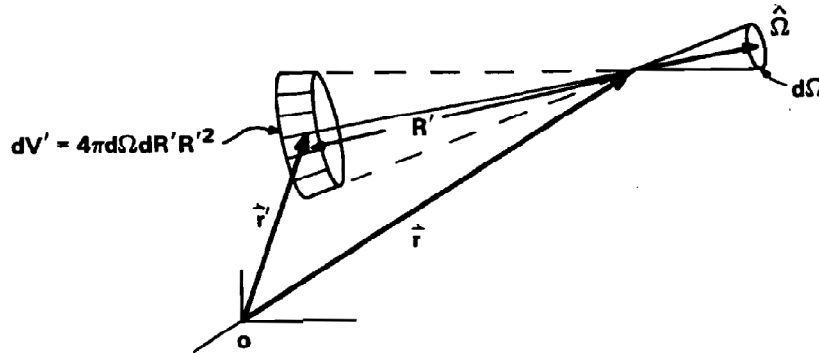
۸-۱- حل معادله ترابرد در یک گروهی با شرط مرزی خلاء

اگر مرز بیرونی خلاء باشد، معادله ترابرد را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\phi(\vec{r}) = \int dV' \frac{e^{-\tau(\vec{r}, \vec{r}')} Q(\vec{r}')}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^2} \quad (1-8)$$

جمله چشمه $Q(\vec{r}')$ شامل جمله‌های پراکندگی، شکافت و چشمه ثابت بوده و به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$Q(\vec{r}') = \Sigma_s(\vec{r}')\phi(\vec{r}') + \frac{1}{k}\nu\Sigma_f(\vec{r}')\phi(\vec{r}') + Q_e(r') \quad (2-8)$$



شکل ۶: مختصات ترابرد در هندسه کروی

با استفاده از تقریب شار تخت^۱ معادله (۸-۱) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$V_j \Sigma_{t,j} \phi_j = \sum_i V_i Q_i P_{ij} \quad (۸-۳)$$

که Q_i چشمه موجود در حجم i و P_{ij} احتمال برخورد نوترون تولیدی حجم i در حجم j است. ϕ_j شار نوترونی و $\Sigma_{t,j}$ سطح مقطع کل در حجم j است. با ثابت در نظر گرفتن سطح مقطع در حجم V_j ، احتمال برخورد به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$P_{ij} = \frac{\Sigma_{t,j}}{4\pi V_i V_j} \int_{V_i} dV' \int_{V_j} \frac{dV}{|r-r'|^2} e^{-\tau(r,r')} \quad (۸-۴)$$

شکل ماتریسی رابطه فوق به صورت زیر است:

¹ Flat Flux

$$\phi = A Q$$

$$A(i, j) = \frac{P_{ij}}{V_j \Sigma_{t,j}}, \quad Q(i) = V_i Q_i \quad (5-8)$$

بنابراین با استفاده از این ویژگی احتمال (۴-۸) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد.

$$P_{ij} = \frac{1}{2\Delta x_i \Sigma_i \Sigma_j} \left[\begin{array}{l} -E_3(\tau(x_{j-1/2}, x_{i-1/2})) + E_3(\tau(x_{j+1/2}, x_{i-1/2})) \\ +E_3(\tau(x_{j-1/2}, x_{i+1/2})) - E_3(\tau(x_{j+1/2}, x_{i+1/2})) \end{array} \right] \quad (6-8)$$

که E_3 تابع انتگرال نمایی^۱ مرتبه سه و $\tau(x, x')$ طول اپتیکی^۲ است که به صورت زیر بیان می‌گردد.

¹ Exponential Integral Function

² Optical Length

$$\tau(x, x') = \int_{x'}^x \Sigma_t(x'') dx'' \quad (7-8)$$

احتمال عدم برخورد درونی به صورت زیر بیان می گردد.

$$P_{ii} = \frac{1}{\Sigma_i} - \frac{1}{2\Delta x_i \Sigma_i^2} [1 - 2E_3(\Delta x_i \Sigma_i)] \quad (8-8)$$

با مشخص بودن مقدار چشمه نوترونی (Q) و احتمال برخورد (از طریق رابطه های (8-6) و (8-8)) می توان شار را محاسبه کرد. در مسائل چشمه شکافت یک فرایند تکرار برای بدست آوردن دقت قابل قبول شار و ضریب تکثیر نیاز

است، که با یک حدس اولیه برای شار و ضریب تکثیر شروع می‌شود. روش تکرار مورد استفاده در بدست آوردن شار و ضریب تکثیر موثر روش توان^۱ است. در این روش ضریب تکثیر جدید به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$S^{(n+1)} = F \phi^{(n+1)}$$

$$K^{(n+1)} = \frac{\int dv S^{(n+1)}(r)}{\frac{1}{k^{(n)}} \int dv S^{(n)}(r)} \quad (9-8)$$

که S نمایانگر جمله چشمه شکافت و n نمایانگر شماره تکرار است. معیار همگرایی حداقل سازی مقدار خطاهای نسبی شار و ضریب تکثیر است که به صورت زیر تعریف می‌گردد.

¹ Power Method

$$\left| \frac{k^{(n+1)} - k^{(n)}}{k^{(n)}} \right| \quad (10-8)$$

$$\left| \frac{\varphi^{(n+1)} - \varphi^{(n)}}{\varphi^{(n)}} \right|$$

۸-۲- حل معادله ترابرد در چند گروه انرژی با شرط مرزی خلاء

در این بخش معادله ترابرد چند گروهی- چند ناحیه‌ای با استفاده از روش احتمال برخورد در هندسه تیغه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. معادله ترابرد در گروه g به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$\phi_g(\vec{r}) = \int dV' \frac{e^{-\tau_g(r,r')}}{4\pi|r-r'|^2} Q_g(\vec{r}') \quad (11-8)$$

در معادله فوق $\tau_g(r, r')$ ، مسافت بین ۲ و ۲' بر حسب پویش آزاد متوسط نوترون در گروه g است. جمله چشمه گروهی شامل جمله‌های پراکندگی، شکافت و چشمه ثابت به صورت زیر است.

$$Q_{g1}(\vec{r}') = \Sigma_{s,g \rightarrow g}^{tr}(\vec{r}') \phi_{g'}(\vec{r}') + \frac{1}{k} \chi_g \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,g'}(\vec{r}') \phi_{g'}(\vec{r}') + Q_{c,g}(r') \quad (۱۲-۸)$$

$$Q_{g2}(r') = \sum_{g' \neq g} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}^{tr} \phi_{g'}(\vec{r}') \quad (۱۳-۸)$$

$$Q_g(r') = Q_{g2}(r') + Q_{g2}(r') \quad (۱۴-۸)$$

در مورد شرط مرزی خلاء، شار عددی از حل معادله زیر بدست می‌آید.

$$\phi_g(\vec{r}) = \int dV' \frac{e^{-\tau_g(r,r')}}{4\pi|r-r'|^2} Q_g(\vec{r}') \quad (۱۵-۸)$$

با استفاده از تقریب شار تخت معادله (۸-۱۱) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$V_j \Sigma_{g,t,j} \phi_{j,g} = \sum_i V_i Q_{ig} P_{g,ij} \quad (۸-۱۶)$$

که $Q_{g,i}$ چشمه موجود در حجم i و در گروه انرژی g و $P_{g,ij}$ احتمال برخورد نوترون تولیدی حجم i در حجم j در گروه g است. $\phi_{g,j}$ شار نوترونی گروهی و $\Sigma_{g,t,j}$ سطح مقطع کل گروه g در حجم j است.

شکل ماتریسی شار گروه g در تمامی نواحی به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \phi_g &= PIJ_g Q_g \\ PIJ_g(i, j) &= p_{g,ij}, \quad Q_g(i) = Q_{g,i} \end{aligned} \quad (۸-۱۷)$$

اگر سطح مقطع کل در حجم V_j ثابت باشد، احتمال برخورد به صورت رابطه (۸-۱۸) بیان می‌گردد.

$$p_{g,ij} = \frac{1}{2\Delta x_i \Sigma_{g,i} \Sigma_{g,j}} \left[E_3(\tau_{g0} + \Delta x_i \Sigma_{g,i} + \Delta x_j \Sigma_{g,j}) - E_3(\tau_{g0} - \Delta x_j \Sigma_{g,j}) \right] \quad i < j \quad (18-1)$$

فاصله بین دو ناحیه در گروه g بر حسب پویش آزاد متوسط نوترون به صورت زیر تعریف می گردد.

$$\tau_{g0} = \tau(x_{j-1/2}, x_{i+1/2}) = \int_{x_{i+1/2}}^{x_{j-1/2}} \Sigma_{gt}(x) dx \quad (19-1)$$

اگر $i > j$ باشد، آنگاه احتمال عدم برخورد با استفاده از رابطه بازگشتی زیر بیان می گردد.

$$V_i p_{g,ij} = V_j p_{g,ji} \quad (20-1)$$

احتمال عدم برخورد درونی به صورت زیر بیان می گردد.

$$p_{g,ii} = \frac{1}{\Sigma_{g,i}} - \frac{1}{2\Delta x_i \Sigma_{g,i}^2} \left[1 - 2E_3(\Delta x_i \Sigma_{g,i}) \right] \quad (21-1)$$

با مشخص بودن چشمه و احتمالات فوق می توان شار را محاسبه کرد.

$$S^{(n+1)} = \sum_{g=1}^G F_g \phi_g^{(n+1)}$$

$$K^{(n+1)} = \frac{\int dV S^{(n+1)}(r)}{\frac{1}{k^{(n)}} \int dV S^{(n)}(r)} \quad (22-8)$$

که S نمایانگر جمله چشمه شکافت و n نمایانگر شماره تکرار است. خطاها بر روی شار و ضریب تکثیر به صورت زیر تعریف می گردد.

$$\left| \frac{k^{(n+1)} - k^{(n)}}{k^{(n)}} \right| \quad (23-8)$$

$$\left| \frac{\varphi_g^{(n+1)} - \varphi_g^{(n)}}{\varphi_g^{(n)}} \right|$$

۹- بررسی روش‌های اعمال شرط مرزی

۹-۱- روش اول: باز شدن^۱ سلولی

معادلات بدست آمده در بخش قبل دارای دو فرض است. اول، یکنواخت بودن چشمه درون هر ناحیه و دومین فرض آنکه شار زاویه‌ای بر روی سطوح با یک جمله بسط جریان در هارمونیک‌های کروی بسط داده شده که متناظر با توزیع کسینوسی شار زاویه‌ای بر روی مرز است، زمانی که شار زاویه‌ای ورودی بر روی سطح نداشته باشیم این تقریب صحیح است.

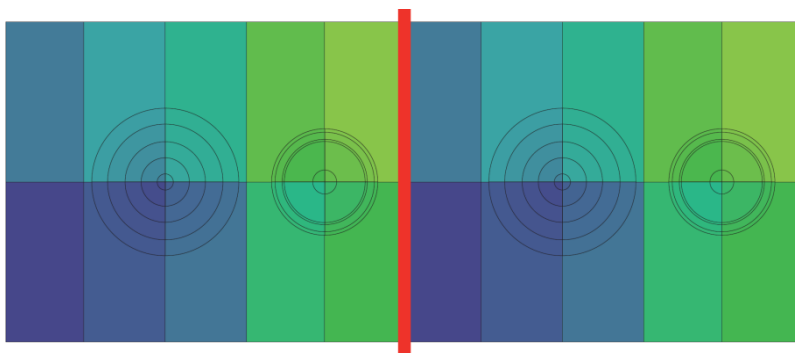
¹ Unfolding

یک راهکار دیگر در اعمال شرط مرزی استفاده از روش باز شدن سلولی است که منجر به جوابهای دقیق می‌شود. در این روش، سطح بیرونی با توجه به شرط مرزی اعمال شده به نحوی حذف و با شرط مرزی سطح بیرونی خلاء جایگزین می‌شود. شکل ۷ نحوه اعمال شرط مرزی بازتابنده در سمت راست را با استفاده از این روش نشان می‌دهد.

6	5	5	6
4	3 1	2 2 1 3	4

شکل ۷: شرط مرزی بازتابندگی در سمت راست

شرط مرزی آلبدو مانند روش گفته شده برای شرط مرزی بازتابندگی اعمال می‌گردد با این تفاوت که، نوترون به روی مرز رسیده به اندازه ضریب آلبدو بازگشت داده می‌شود. شرط مرزی متناوب مانند شرط مرزی بازتابندگی اعمال می‌گردد. این شرط مرزی در شکل ۹ نشان داده شده است.



شکل ۹: شرط مرزی متناوب

برای این نوع شرط مرزی می توان رابطه ای برای احتمال برخورد بر حسب تعداد باز شدن سلول به صورت زیر ارائه داد. در این رابطه τ_{cell} طول سلول بر حسب پوشش آزاد متوسط نوترون است. با استفاده از تعریف تابع نمایی و انتگرال گیری از این روابط احتمال برخورد برای شرط مرزی متناوب به صورت زیر تعریف می گردد.

(۱-۹)

$$P_{ij} = \sum_{m=0} \frac{1}{2\Delta x_i \Sigma_i \Sigma_j} \left[\begin{array}{l} E_3(m\tau_{cell} + \tau_0 + \Delta x_i \Sigma_i + \Delta x_j \Sigma_j) - E_3(m\tau_{cell} + \tau_0 + \Delta x_j \Sigma_j) \\ -E_3(m\tau_{cell} + \tau_0 + \Delta x_i \Sigma_i) + E_3(m\tau_{cell} + \tau_0) + \\ E_3((m+1)\tau_{cell} - \tau_0 - \Delta x_i \Sigma_i - \Delta x_j \Sigma_j) - E_3((m+1)\tau_{cell} - \tau_0 - \Delta x_j \Sigma_j) \\ -E_3((m+1)\tau_{cell} - \tau_0 - \Delta x_i \Sigma_i) + E_3((m+1)\tau_{cell} - \tau_0) \end{array} \right] \quad i < j$$

9

$$P_{ii} = \sum_{m=0} \frac{1}{\Sigma_i^2} \left[\begin{array}{l} E_2(m\tau_{cell})\Sigma_i - E_3(m\tau_{cell}) + E_3(m\tau_{cell} + \Delta x_i \Sigma_i) \\ -E_2((m+1)\tau_{cell})\Sigma_i - E_3((m+1)\tau_{cell}) + E_3((m+1)\tau_{cell} - \Delta x_i \Sigma_i) \end{array} \right] \quad (۲-۹)$$

۹-۲- اصلاح احتمال برخورد با استفاده از قانون بقا نوترون

در این روش شروط مرزی بازتابندگی و آلبدو از طریق معرفی ماتریس احتمال برخورد کاهش یافته^۱ اعمال می گردد. در نخستین گام بایستی احتمال فرار که نمایانگر نوترون های متولد شده در ناحیه و بدون انجام برخورد فرار کرده، مشخص گردد. این احتمال با توجه به رابطه بقای زیر محاسبه می گردد.

$$P_{si} = 1 - \sum_{j=1}^I p_{ji} \Sigma_j \quad (۳-۹)$$

احتمال اینکه نوترون وارد شده از مرزهای پیرامونی اولین برخورد را درون ناحیه داشته باشد، به قرار زیر بیان می گردد.

$$p_{is} = \frac{P_{is}}{\Sigma_i} = \frac{4V_i}{S} P_{si} \quad (۴-۹)$$

¹ Reduced collision probability matrix

در این رابطه S سطح مرز پیرامونی است. احتمال انتقال با استفاده از رابطه زیر بدست می آید.

$$P_{ss} = 1 - \sum_{i=1}^I p_{is} \Sigma_i \quad (5-9)$$

ماتریس احتمال برخورد کاهش یافته منطبق بر شرط مرزی بازتابندگی با ضریب آلبو β را می توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$\tilde{P} = P_{IJ} + \frac{\beta}{1 - \beta P_{ss}} P_{si} p_{js} \quad (6-9)$$

۱۰- راستی آزمایی روش احتمال برخورد در هندسه تیغه‌ای

در این بخش الگوریتم و همچنین برنامه نوشته شده برای محاسبه توزیع شار و ضریب تکثیر در هندسه تیغه‌ای مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. آزمون‌های متعددی مورد بررسی قرار گرفته است که عمدتاً از مراجع معتبر و مقالات استخراج شده است. برنامه نوشته شده، همچنین با کدهای معتبر یقینی از قبیل DRAGON و احتمالاتی از قبیل MCNP مقایسه شده است. همچنین برای اعتباربخشی مقادیر مطلق، از حل تحلیلی در محیط کاملاً جاذب استفاده شده است. خطای شار محاسبه شده و معیارهای مرجع بر حسب درصد خطای نسبی (REP) و خطای ضریب تکثیر برای محیط‌های شکافا بر حسب PCM بیان و رسم شده است.

۱-۱۰- مسائل چشمه ثابت

در این بخش راستی آزمایی محاسبات مربوط به چشمه نوترونی ثابت (نسبت به مکان) بررسی شده است. چشمه ثابت نسبت به مکان که دارای قدرت Q می باشد را در نظر بگیرید. نتایج برای حالتی که این ناحیه دارای شرط مرزی خلاء و مرز سمت دیگر برهنه یا بازتابنده کامل باشد، بررسی شده است. برنامه نوشته شده توانایی اعمال هر یک از شرایط مرزی خلاء و بازتابنده کامل، آلبدو و متناوب را دارد. برای راستی آزمایی از حل تحلیلی و کد DRAGON استفاده شده است. معادله ترابرد برای محیط جاذب غیر قابل تکثیر به صورت زیر است.

$$\mu \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \Sigma_t \varphi = Q \quad (1-10)$$

همچنین شرایط مرزی خلاء به صورت زیر قابل بیان می‌باشد.

$$\begin{cases} \mu \geq 0 \rightarrow \varphi\left(-\frac{L}{2}, \mu\right) = 0 \\ \mu \leq 0 \rightarrow \varphi\left(\frac{L}{2}, \mu\right) = 0 \end{cases} \quad (2-10)$$

این معادله دارای حل تحلیلی به قرار زیر است.

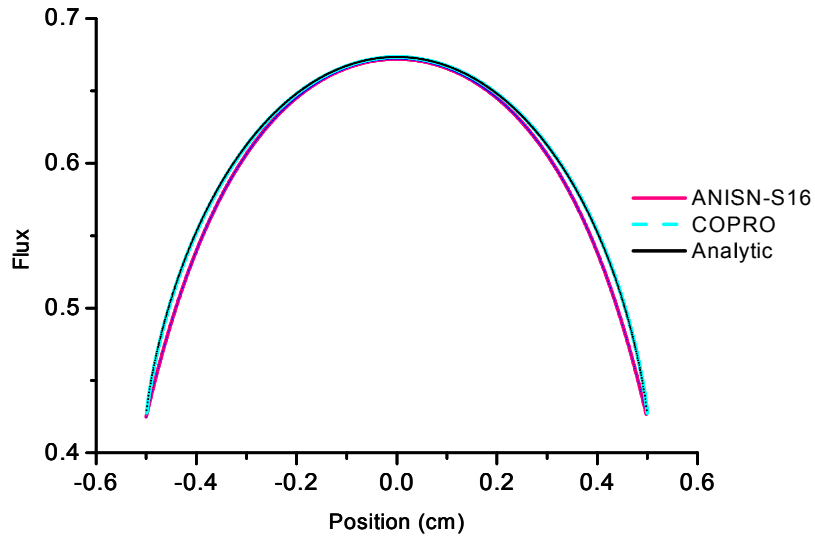
$$\varphi(x, \mu) = \begin{cases} e^{-\frac{\Sigma_t x}{\mu}} \int_{-\frac{L}{2}}^x \frac{Q}{\mu} e^{\mu s} ds, \mu > 0 \\ e^{-\frac{\Sigma_t x}{\mu}} \int_{+\frac{L}{2}}^x \frac{Q}{\mu} e^{\mu s} ds, \mu < 0 \end{cases} \quad (3-10)$$

بنابراین شار عددی به شرح ذیل است:

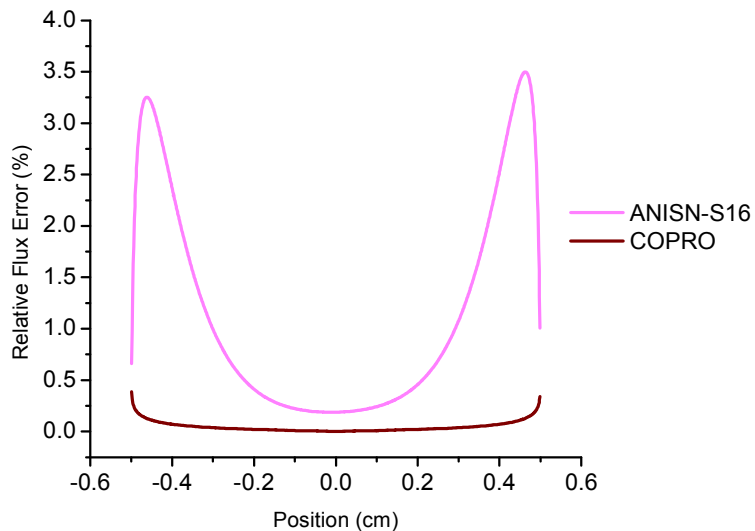
$$\phi(x) = \int_{-1}^0 \int_{+\frac{L}{2}}^x \frac{Q}{\mu} e^{-\frac{\Sigma_t}{\mu}(x-s)} ds d\mu + \int_0^{+1} \int_{-\frac{L}{2}}^x \frac{Q}{\mu} e^{-\frac{\Sigma_t}{\mu}(x-s)} ds d\mu \quad (4-10)$$

در شکل‌های زیر، شار نوترونی حاصل از حل تحلیلی و روش احتمال برخورد برای ضخامت‌های ۱ و ۱۰ سانتیمتر در محیط‌های مختلف، نمایش داده شده است. همچنین درصد خطای نسبی^۱ (REP) برای هر یک از حالت‌ها رسم شده است.

¹ Relative Error Present



شکل ۱۰: توزیع شار درون محیط



شکل ۱۱: توزیع خطای شار در محیط

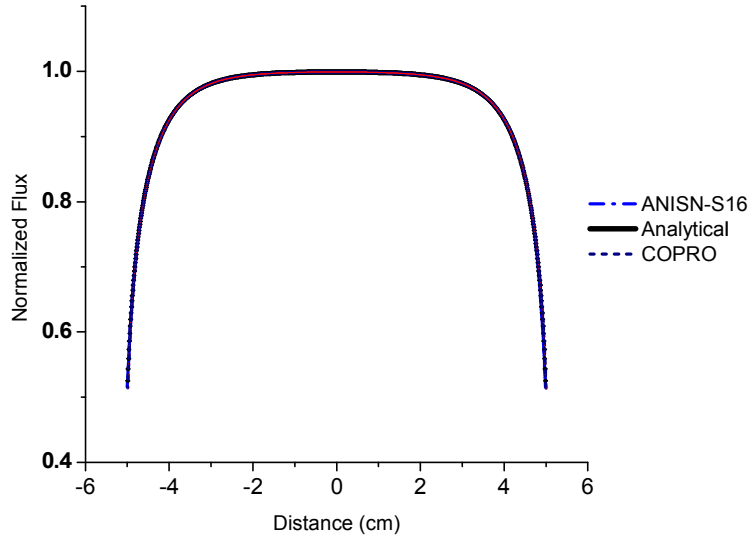
۱۰-۱-۲- آزمون دوم: محیط کاملاً جاذب ضخیم

محیط کاملاً جاذب شامل چشمه همسانگرد با توزیع مکانی یکنواخت، در این آزمون بررسی شده است. مشخصات سیستم به قرار جدول شماره ۲ است.

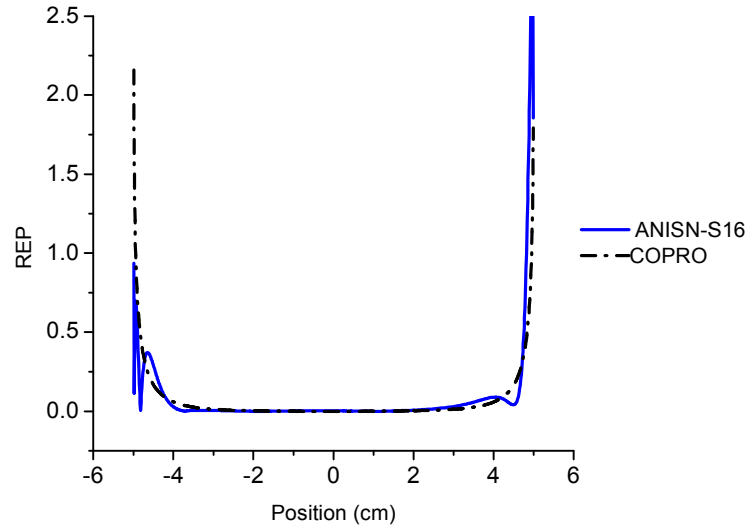
جدول شماره ۲: مشخصات محیط مورد بررسی

$\Sigma_s(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	$\Sigma_f(cm^{-1})$	$L(cm)$
0.0	1.0	0.0	10.0

نتایج و درصد خطای نسبی مقادیر بدست آمده با روش تحلیلی در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ آورده شده است.



شکل ۱۲: توزیع شار درون محیط



شکل ۱۳: توزیع درصد خطای نسبی

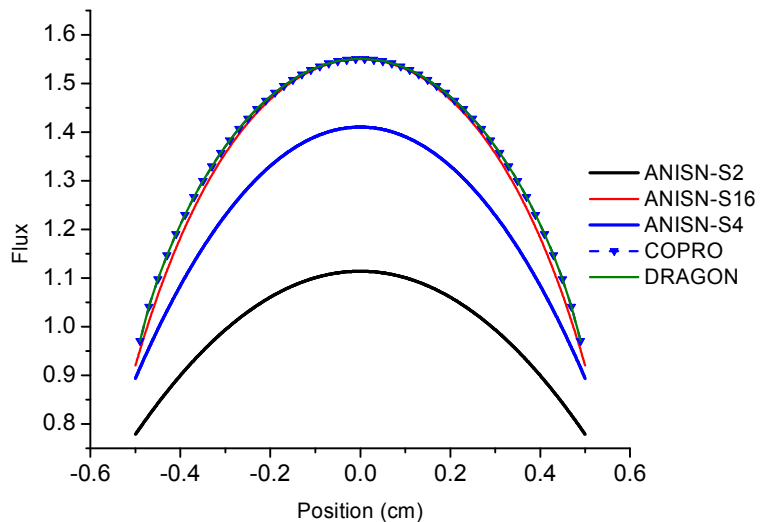
۱۰-۱-۳-آزمون سوم: محیط پراکنده کننده قوی نازک

محیط مورد بررسی دارای چشمه همسانگرد با توزیع مکانی یکنواخت است. سطح مقطع‌های این آزمون به قرار جدول شماره ۳ است.

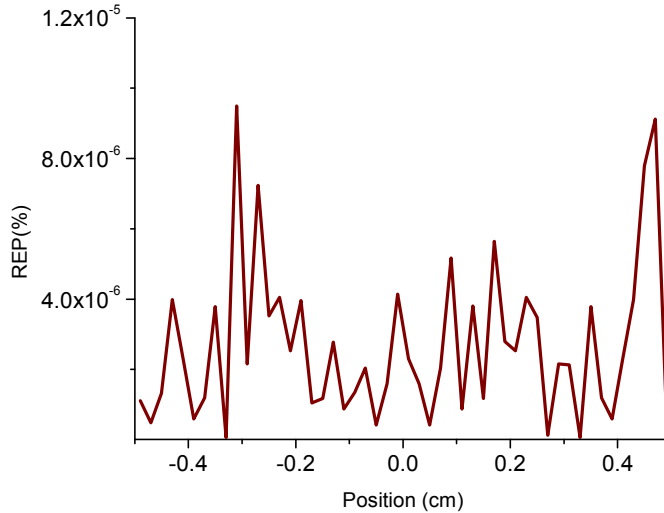
جدول شماره ۳: مشخصات محیط مورد بررسی

$\Sigma_s(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	$\Sigma_f(cm^{-1})$	$L(cm)$
0.9	1.0	0.0	1.0

نتایج بدست آمده و درصد خطای نسبی در مقایسه با کد DRAGON و یک کد مبتنی بر روش جهت‌های گسسته در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ آورده شده است.



شکل ۱۴: مقایسه شار نوترونی حاصل از COPRO



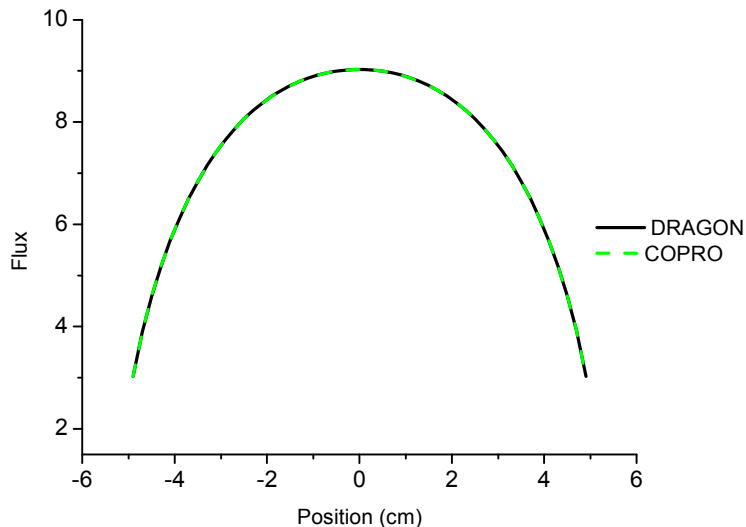
شکل ۱۵: توزیع درصد خطای نسبی در مقایسه با کد DRAGON

۱۰-۱-۴-آزمون چهارم: محیط پراکنده کننده قوی ضخیم

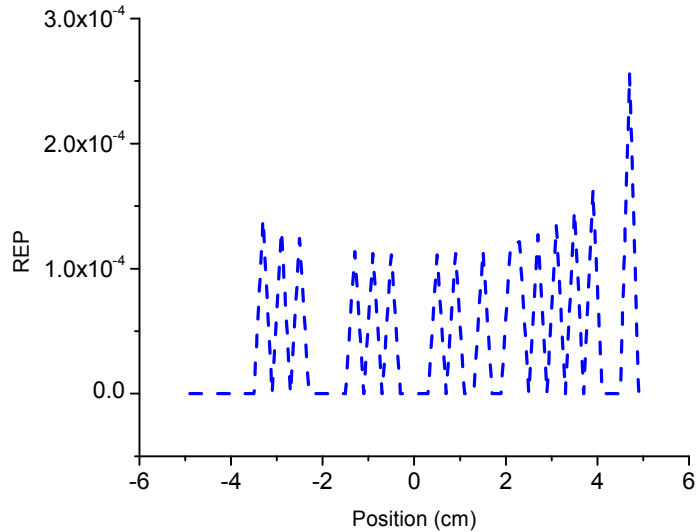
در این آزمون محیط پراکنده کننده قوی مورد بررسی قرار گرفته است. مشخصات این سیستم در جدول شماره ۴ آورده شده است. نتایج بدست آمده و درصد خطای نسبی در مقایسه با کد DRAGON در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ آورده شده است.

جدول شماره ۴: مشخصات محیط مورد بررسی

$\Sigma_s(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	$\Sigma_f(cm^{-1})$	$L(cm)$
0.9	1.0	0.0	10.0



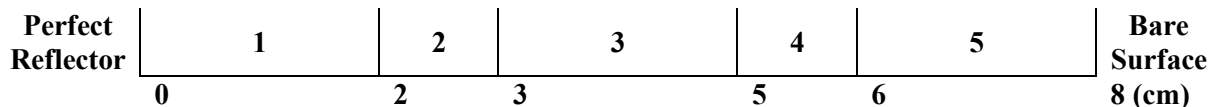
شکل ۱۶: مقایسه شار نوترونی حاصل از COPRO و کد DRAGON



شکل ۱۷: توزیع درصد خطای نسبی

۱۰-۱-۵- آزمون پنجم: آزمون REED

در قسمت قبل، صحت محاسبات انجام شده با چشمه نوترونی ثابت در یک محیط تک ناحیه‌ای مورد تأیید قرار گرفت. در این بخش برای بررسی این نوع محاسبات، یک محیط چند ناحیه‌ای آورده شده است. از این‌رو، آزمون تست خلاء به عنوان یکی از تست‌های معروف، در نظر گرفته شده است. وجود نواحی جاذب کامل، خلاء و سایر نواحی در این تست بر اعتبار آن افزوده است. شکل ۱۸ شماره نواحی در این آزمون را نشان می‌دهد که مشخصات آن در جدول شماره ۵ داده شده است.

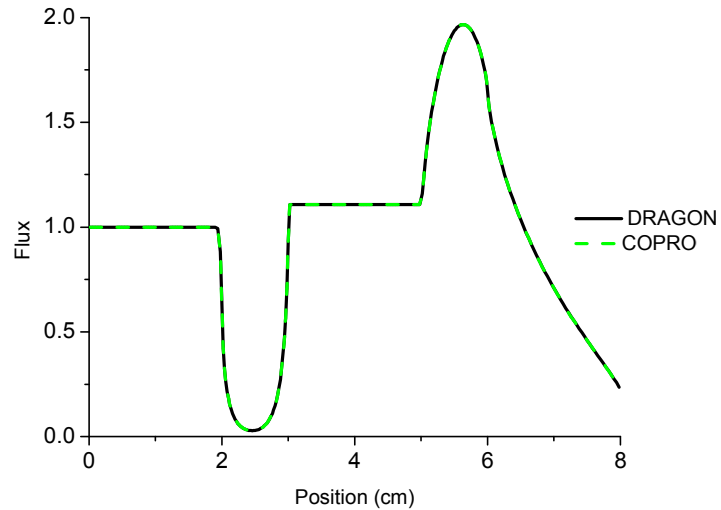


شکل ۱۸: نواحی مختلف استفاده شده در تست خلاء

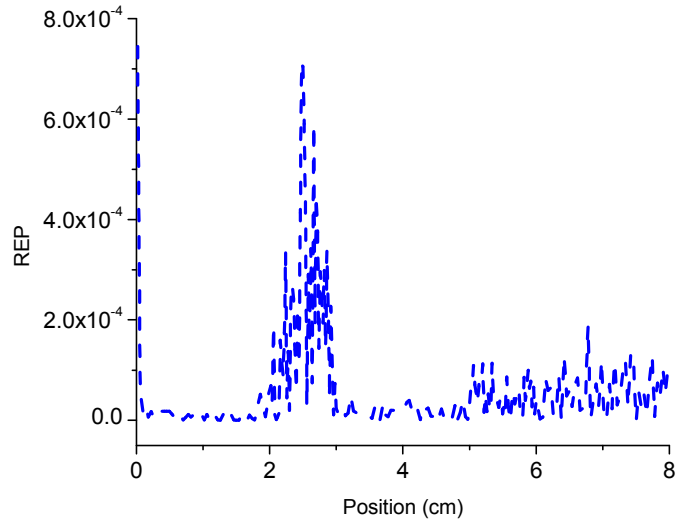
جدول شماره ۵: مشخصات نواحی مختلف استفاده شده در تست خلاء

قدرت چشمه	$\Sigma_t (cm^{-1})$	$\Sigma_s (cm^{-1})$	طول (سانتیمتر)	ناحیه
۵۰/۱	۵۰/۰	۰/۰	۲/۰	۱
۰/۰	۵/۰	۰/۰	۱/۰	۲
۰/۰	$۱۰^{-۶}$	۰/۰	۲/۰	۳
۱/۰	۱/۰	۰/۹	۱/۰	۴
۰/۰	۱/۰	۰/۹	۲/۰	۵

محاسبات چشمه ثابت برای این محیط با استفاده از کد COPRO انجام شده است. نتایج حاصل با نتایج کد DRAGON مقایسه شده است. همان طور که در شکل ۱۹ مشاهده می‌شود، شار نوترونی در اکثر نقاط تطابق خوبی دارند.



شکل ۱۹: توزیع شار حاصل از کد DRAGON و COPRO



شکل ۲۰: توزیع درصد خطای نسبی در محیط

۱۰-۲- مسائل جستجوی ضریب تکثیر موثر نوترونی

در این بخش الگوریتم نوشته شده برای محیط‌های قابل تکثیر راستی آزمایی می‌گردد. مسائل مورد بررسی چند گروهی و شرایط مرزی مختلف (بازتابنده کامل، آلبدو، متناوب و خلاء) است. همچنین چند آزمون با پراکندگی رو به بالا بررسی شده است.

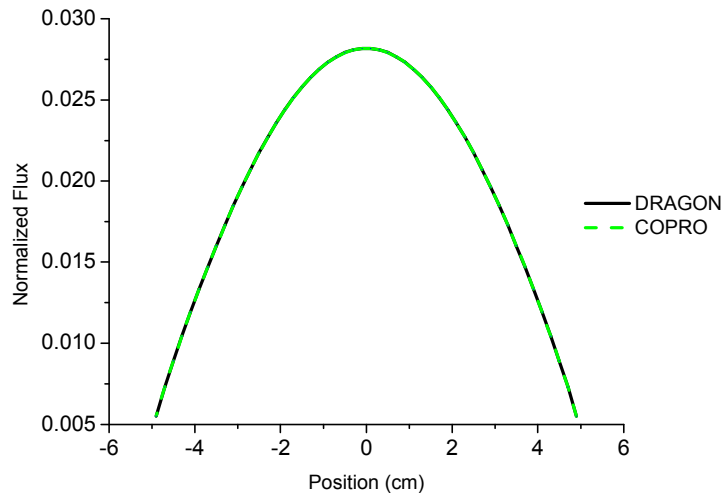
۱۰-۲-۱- آزمون نخست: تیغه یک ناحیه‌ای و یک گروهی

این مسئله یک محیط تکثیرپذیر یک گروهی با مشخصات جدول شماره ۶ است. ضخامت این تیغه ۱۰ سانتی‌متر است.

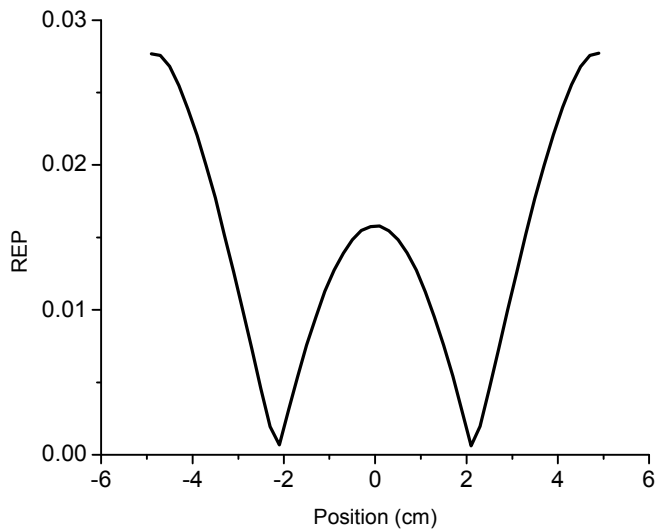
جدول شماره ۶: مشخصات محیط مورد بررسی

$\Sigma_s (cm^{-1})$	$\Sigma_t (cm^{-1})$	$v\Sigma_f (cm^{-1})$	$L(cm)$
0.3	1.0	1.25	10.0

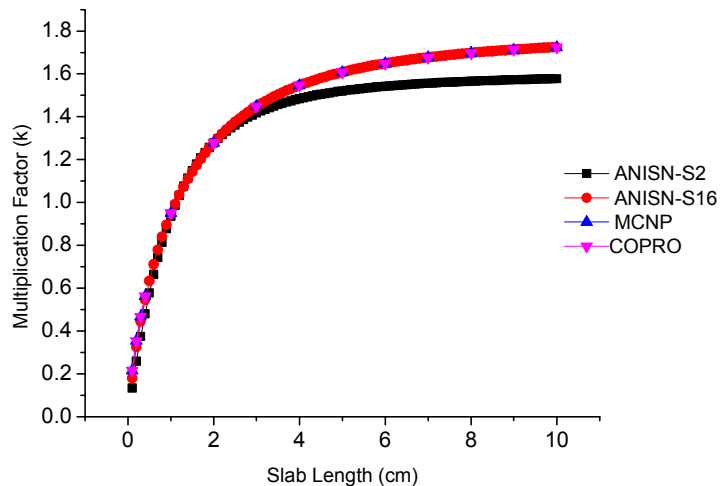
نمودار شار نوترونی در شکل ۲۱ نشان داده شده است. شار نوترونی حاصل از کد توسعه داده شده با شار نوترونی حاصل از DRAGON مقایسه و درصد خطای نسبی آن در شکل ۲۲ آورده شده است. مقدار ضریب تکثیر موثر نوترونی بدست آمده از برنامه نوشته شده در ضخامت‌های مختلف تیغه و مقایسه آن با کد MCNP در شکل ۲۳ و میزان درصد خطای نسبی در مقایسه با MCNP در شکل ۲۴ مشخص گردیده است. نتایج حاصله، توافق خوبی با همدیگر دارند. این نتایج همچنین با یک کد مبتنی بر جهت‌های گسسته با ۲ و ۱۶ جهت، مقایسه شده است که برتری نسبی احتمال برخورد در مقایسه با جهت‌های گسسته را نشان می‌دهد.



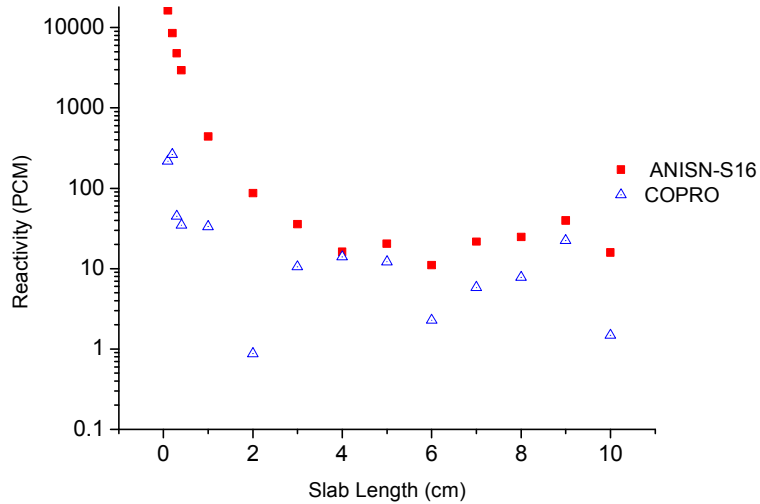
شکل ۲۱: توزیع شار درون محیط



شکل ۲۲: توزیع درصد خطای نسبی در مقایسه با کد DRAGON



شکل ۲۳: مقایسه ضریب تکثیر کد نوشته شده با ANISN و MCNP بر حسب ضخامت‌های مختلف تیغه



شکل ۲۴: میزان خطا در محاسبه تکثیر بر حسب طول‌های مختلف تیغه

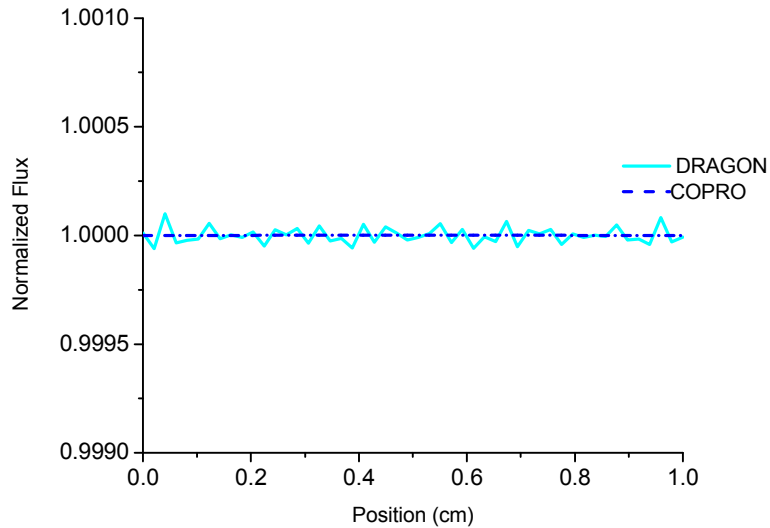
۱۰-۲-۲- آزمون دوم: تیغه یک ناحیه‌ای یک گروهی دو طرف بازتابنده کامل

در این آزمون شرط مرزی دو سمت بازتابنده کامل مورد بررسی قرار گرفته است. مشخصات نوترونی سیستم مورد بررسی در جدول شماره ۷ آمده است.

جدول شماره ۷: مشخصات نوترونی قلب مورد بررسی

$\Sigma_s (cm^{-1})$	$\Sigma_t (cm^{-1})$	$v\Sigma_f (cm^{-1})$	$L(cm)$
0.19222	0.222222	0.135	1.0

با توجه به یک ناحیه‌ای بودن سیستم و شرط مرزی بازتابنده کامل بایستی شار نوترونی به صورت تخت باشد که در شکل ۲۵ مشخص است. ضریب تکثیر محاسبه شده و میزان خطا در مقایسه با کد DRAGON در جدول شماره ۸ آمده است.



شکل ۲۵: توزیع شار نوترونی در محیط

جدول شماره ۸: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه و خطای نسبی در مقایسه با کد DRAGON

کد	تعداد مش	ضریب تکثیر موثر	خطای نسبی Keff (pcm)	حداکثر میزان خطای نسبی شار (%)
DRAGON	50	4.49970	-	-
COPRO	50	4.49869	22	0.00997

۱۰-۲-۳- آزمون سوم: محاسبه بحرانیت تیغه یک ناحیه‌ای دو گروهی

یک تیغه بحرانی دو گروهی با شرط مرزی دو سمت خلاء به ضخامت $۱۵/۱۳۳۷۰۷$ سانتی‌متر است. سطح مقطع‌های به کار رفته در جدول زیر آورده شده است. با توجه به تقارن، تنها نیمی از این سیستم (با استفاده از شرط بازتابندگی کامل) مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول شماره ۹: سطح مقطع‌های تیغه بحرانی دو گروهی

$\Sigma_{sg+1\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	$v\Sigma_f(cm^{-1})$	داده
0.029227	0.62568	0.65696	0.002621	گروه اول
0.000000	2.44383	2.52025	0.12658	گروه دوم

مقدار ضریب تکثیر موثر بدست آمده با استفاده از روش مذکور و بسط‌های مختلف P_3 ، P_5 و P_7 مرجع γ و مقدار دقیق در جدول شماره ۱۰ آورده شده است.

جدول شماره ۱۰: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه بحرانی دوگروهی

COPRO		P_3		P_5		P_7		مقدار دقیق	داده
100	500	20	28	20	28	28	32	1.0	تعداد المان/مش
0.999930	0.999992	0.999929	0.999932	0.999964	0.999976	0.999979	0.999980		K_{eff}

۱۰-۲-۴- آزمون چهارم: قلب دو گروهی ناهمگن یک بعدی

در این مسئله یک قلب ۴۰ سانتی متری است که توسط یک بازتابنده به ضخامت ۲۰ سانتی متر احاطه شده است. هندسه این مسئله در شکل ۲۶ آورده شده است. همان طور که مشخص است شرط مرزی سمت چپ بازتابنده کامل و شرط مرزی سمت راست خلاء است. سطح مقطع‌های این مسئله در جدول شماره ۱۱ طرح شده است.



شکل ۲۶: هندسه قلب دو گروهی با کند کننده حاشیه‌ای

جدول شماره ۱۱: سطح مقطع‌های گروهی ناهمگن یک بعدی

$\Sigma_{sg+1\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	$v\Sigma_f(cm^{-1})$	ماده	داده
0.06000	0.15992	0.22222	0.00000	سوخت	گروه اول
0.10000	0.17678	0.27778	0.00000	بازتابنده	
0.00000	0.63333	0.83333	0.21800	سوخت	گروه دوم
0.00000	2.2022	2.22222	0.00000	بازتابنده	

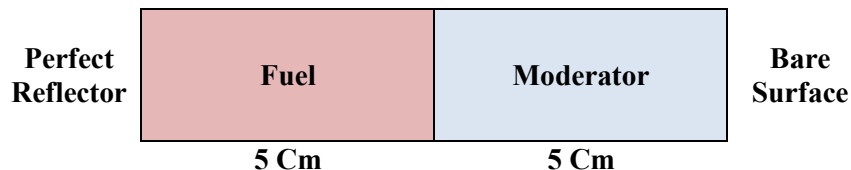
مقادیر ضریب تکثیر موثر محاسبه شده با داده‌های مرجع ۸ مقایسه شده و در جدول شماره ۱۲ آورده شده است. نتایج تطابق مناسبی دارند.

جدول شماره ۱۲: مقادیر ضریب تکثیر موثر

Kang & Hansen [8]	FEED1 [8]	COPRO
1.02090	1.02106	1.02146

۱۰-۲-۵- آزمون پنجم: قلب چهار گروهی ناهمگن یک بعدی

در این آزمون مسئله چهار گروه انرژی مورد بررسی قرار گرفته است. این رآکتور دو ناحیه‌ای در شکل زیر نشان داده شده است که مرز چپ آن بازتابنده کامل بوده و مرز راست آن خلاء است. مشخصات نوترونی این دو ناحیه در جدول شماره ۱۳ آمده است.

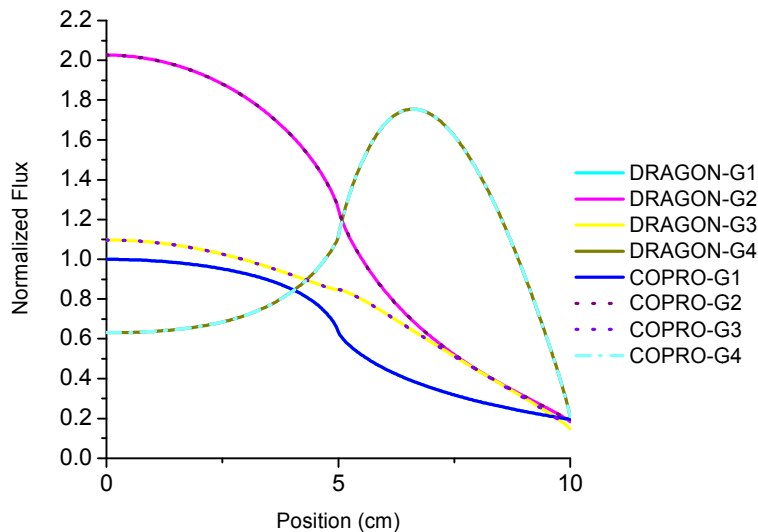


شکل ۲۷: مشخصات هندسی رآکتور چهار گروهی

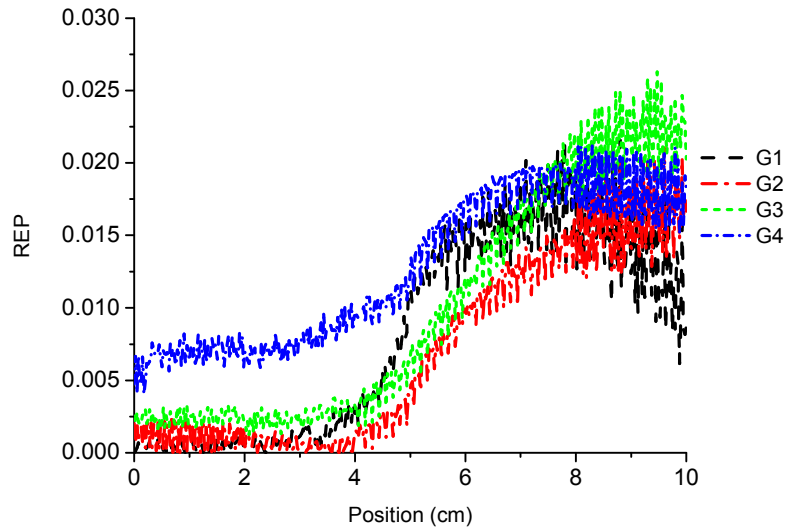
نتایج محاسبات بحرانی با احتساب ۴۰۰ مش با نتایج کد DRAGON مقایسه شده و در جدول شماره ۱۴ آمده است. همان طور که مشاهده می شود اختلاف شار برای همه گروه ها عموماً، کمتر از ۰/۰۲ درصد است که بسیار مناسب می باشد. در خصوص ضریب تکثیر موثر نوترون ها اختلاف عدد محاسبه شده توسط برنامه نوشته شده و کد DRAGON در حدود ۰/۰۱ PCM است.

جدول شماره ۱۳: سطح مقطع‌های مربوط به آزمون چهار گروهی

$v\Sigma_f(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg+1\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	ماده	گروه
۰/۰۰۹۵۷۲	۰/۰۸۳۰۰۴	۰/۰۶۶۲۰۶۸۳۹	۰/۱۵۴۱۵۶۸۳۹	سوخت	گروه اول
۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۹۴۱	۰/۰۰۹۱	۰/۱۰۳۲	کند کننده	
۰/۰۱۷۱۴۴۸	۰/۰۵۸۴	۰/۲۴۵۴۹۹۰۵۷	۰/۳۰۶۷۳۹۰۵۷	سوخت	گروه دوم
۰/۰۰۰۰۰	۰/۱۳۵۳	۰/۲۱۷۱	۰/۳۵۲۴	کند کننده	
۰/۰۱۷۶۸	۰/۰۶۴۵۳	۰/۴۳۲۵۳۳۱۲	۰/۵۲۷۵۹۳۱۲	سوخت	گروه سوم
۰/۰۰۰۰۰	۰/۱۳۸۷	۰/۴۱۴۶	۰/۵۵۴۴	کند کننده	
۰/۱۵۸۱۴۰	۰/۰۰۰۰۰	۰/۸۱۹۸۲۲۲۷۹	۰/۹۴۰۸۲۲۲۲۷۹	سوخت	گروه
۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰	۲/۲۷۹	۲/۲۹۸۱	کند کننده	چهارم
۰/۰	۰/۰	۰/۴۲۵	۰/۵۷۵	سوخت	طیف شکافت



شکل ۲۸: شار بهنجار شده چهار گروهی

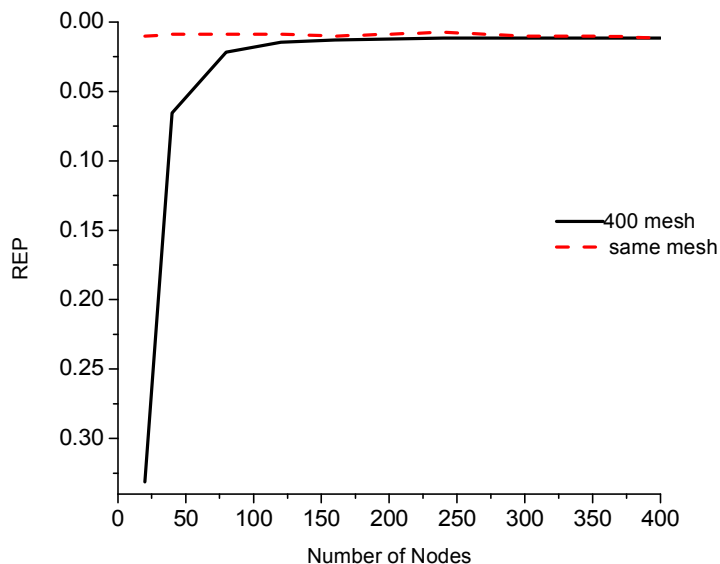


شکل ۲۹: درصد اختلاف نسبی شار گروهی بین COPRO و کد DRAGON

جدول شماره ۱۴: نتایج محاسبات بحرانیت برای رآکتور ناهمگن چهار گروهی

کد	تعداد مش	ضریب تکثیر موثر	خطای نسبی K_{eff} (pcm)	حداکثر میزان خطای نسبی شار (%)
DRAGON	400	0.68532	-	-
COPRO	400	0.68532	0.0	0.02160

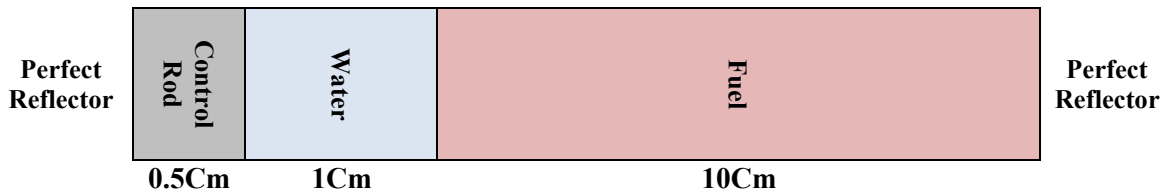
تغییرات درصد خطای نسبی نسبت به تعداد متفاوت مش در شکل ۲۹ آمده است. مقادیر بدست آمده با کد DARGON و تعداد مش یکسان در هر دو کد مقایسه شده که نشانگر اختلاف کمتر از ۰/۰۲ درصد است. مقایسه دیگر با مقدار نهایی در تعداد مش ۴۰۰ صورت پذیرفته که حداکثر این اختلاف برای تعداد مش ۲۰ و در حدود ۰/۳ درصد است که بسیار مناسب می‌باشد. این مقایسه در شکل ۳۰ آورده شده است.



شکل ۳۰: تغییرات درصد خطای نسبی ضریب تکثیر محاسبه شده در مش بندی های متفاوت با کد DRAGON

۱۰-۲-۶- آزمون ششم: قلب سه ناحیه‌ای دو گروهی

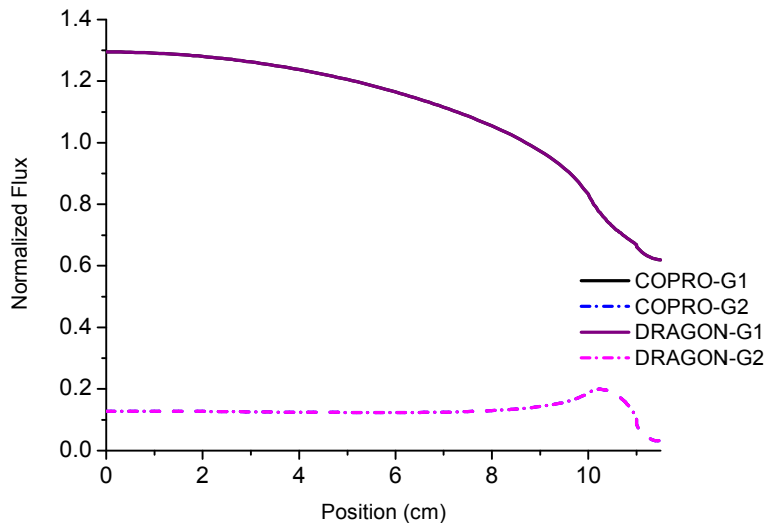
این آزمون در مرجع ۹ آمده و متشکل از سه ناحیه بازتابنده به ضخامت ۱ سانتی‌متر، سوخت به ضخامت ۱۰ سانتی‌متر و میله کنترل به ضخامت ۰/۵ سانتی‌متر است. هندسه آزمون مورد بررسی در شکل ۳۱ آمده است. مرزهای دو سمت قلب بازتابنده و مشخصات نوترونی دو گروه انرژی است. سطح مقطع‌های دو گروهی این آزمون در جدول شماره ۱۵ قید شده و نتایج نیز در شکل ۳۲ مقایسه و درصد خطای نسبی در شکل ۳۳ آورده شده است.



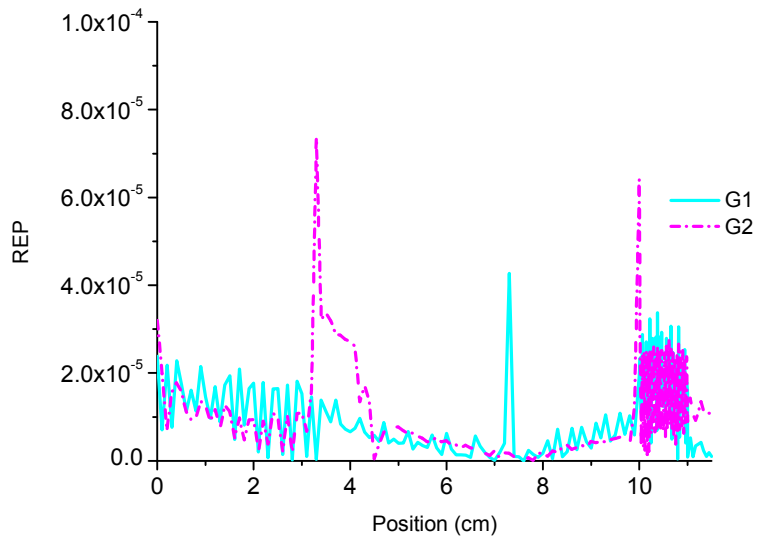
شکل ۳۱: مشخصات هندسی راکتور

جدول شماره ۱۵: سطح مقطع‌های آزمون ششم

χ	$\Sigma_{sg+1\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg\leftarrow g}(cm^{-1})$	$v\Sigma_f(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	ماده	داده
1.0	0.01	0.27	0.00	0.30	سوخت	گروه اول
0.0	0.00	0.60	0.00	0.80	میله کنترل	
0.0	0.08	0.32	0.00	0.401	بازتابنده	
0.0	0.00	0.90	0.12	1.00	سوخت	گروه دوم
0.0	0.00	0.10	0.00	2.00	میله کنترل	
0.0	0.00	1.29	0.00	1.30	بازتابنده	



شکل ۳۲: شار بهنجار شده دو گروهی



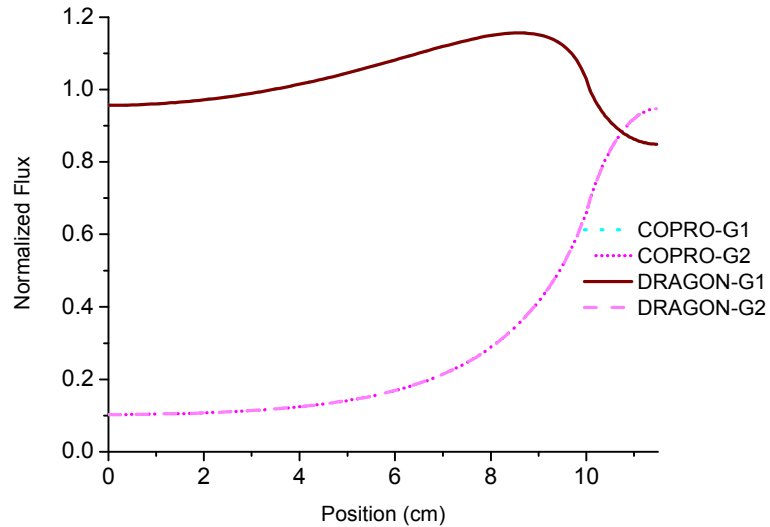
شکل ۳۳: درصد اختلاف نسبی شار گروهی بین COPRO و کد DRAGON

نتایج محاسبات بحرانی با احتساب ۴۵۰ مش با نتایج کد DRAGON مقایسه شده و در جدول شماره ۱۶ آمده است.

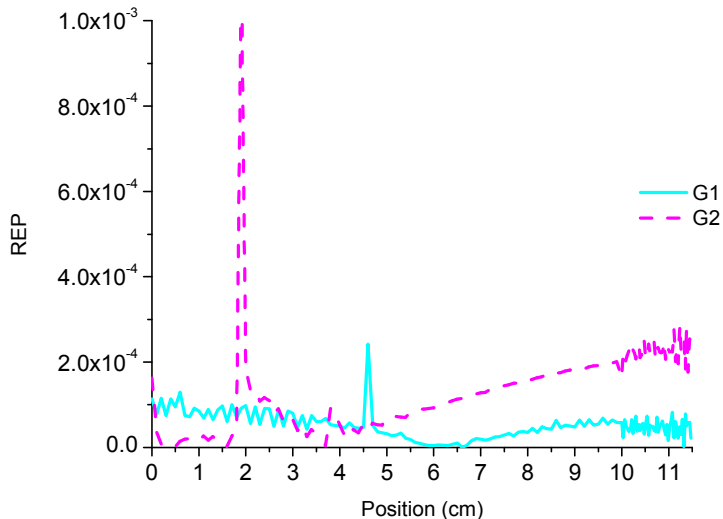
جدول شماره ۱۶: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه دو گروهی

کد	تعداد مش	ضریب تکثیر موثر	خطای نسبی K_{eff} (pcm)	حداکثر میزان خطای نسبی شار (%)
مرجع [۹]	99	0.328181	-	-
DRAGON	450	0.328192	3.351000	0.000000
COPRO	450	0.328191	3.047000	0.001000

این آزمون برای حالت بدون میله کنترل مورد بررسی قرار گرفته و نتایج در شکل ۳۴ و جدول شماره ۱۷ آمده و همچنین میزان خطای نسبی شار نوترونی در مقایسه با کد DRAGON در شکل ۳۵ آورده شده است.



شکل ۳۴: شار بهنجار شده دو گروهی



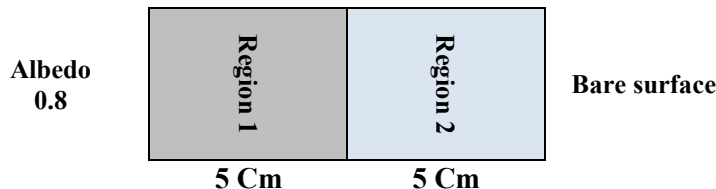
شکل ۳۵: درصد اختلاف نسبی شار گروهی بین COPRO و کد DRAGON

جدول شماره ۱۷: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه دو گروهی

حداکثر میزان خطای نسبی شار (%)	خطای نسبی K_{eff} (pcm)	ضریب تکثیر موثر	تعداد مش	کد
-	-	0.566193	99	Calceira, 2001
0.0	2.296000	0.566180	150	DRAGON
0.001	1.412900	0.566185	150	COPRO

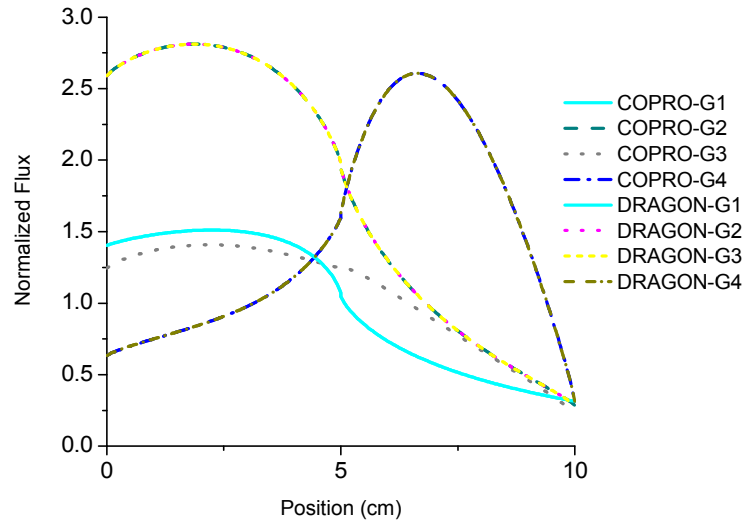
۱۰-۲-۷- آزمون هفتم: قلب دو ناحیه‌ای و چهار گروهی با شرط مرزی آلبدو

در این آزمون یک تیغه دو ناحیه‌ای چهار گروهی به ضخامت ۱۰ سانتی‌متر در نظر گرفته می‌شود که مرز چپ آلبدو با نسبت جریان ۰/۸ و مرز راست برهنه (شکل ۳۶) است. سطح مقطع این آزمون در جدول شماره ۱۳ قید شده است.

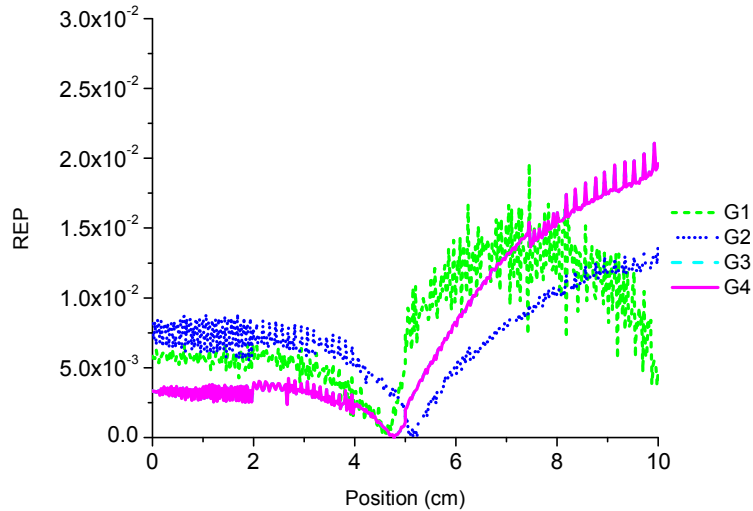


شکل ۳۶: مشخصات هندسی راکتور

شار بهنجار شده این سامانه در شکل ۳۷ و میزان خطا نسبت به کد DRAGON در شکل ۳۸ آورده شده است. ضریب تکثیر موثر محاسبه شده سامانه و میزان خطای نسبی آن در جدول شماره ۱۸ بیان گردیده است.



شکل ۳۷: توزیع شار سیستم



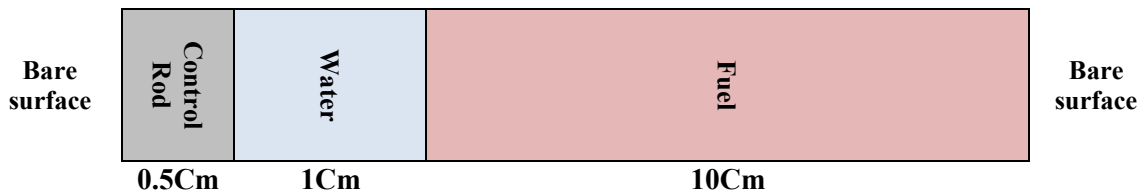
شکل ۳۸: توزیع خطا در مقایسه با کد DRAGON

جدول شماره ۱۸: مقادیر ضریب تکثیر موثر آزمون چهار گروهی آلبدو

حداکثر میزان خطای نسبی شار (%)	خطای نسبی K_{eff} (pcm)	ضریب تکثیر موثر	تعداد مش	کد
-	-	0.540574	400	DRAGON
0.0149	9.5	0.540522	400	COPRO

۱۰-۲-۸- آزمون هشتم: قلب دو ناحیه‌ای و دو گروهی با شرط متناوب

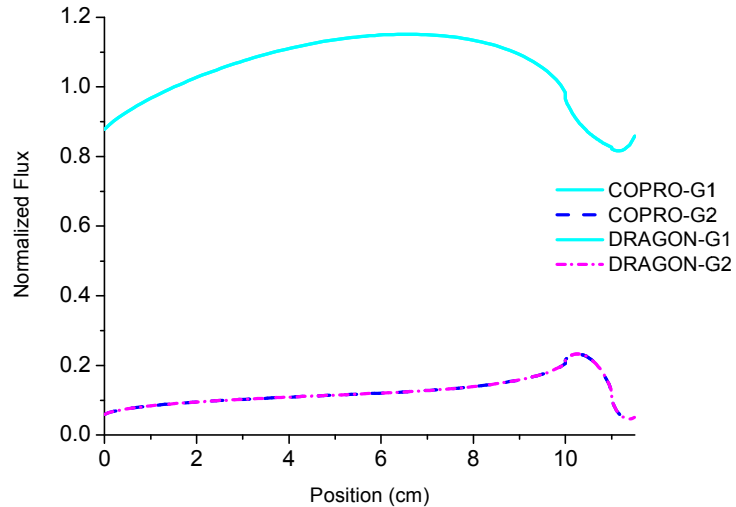
این آزمون در متشکل از سه ناحیه به ضخامت ۱ سانتی‌متر، سوخت به ضخامت ۱۰ سانتی‌متر و میله کنترل به ضخامت ۰/۵ سانتی‌متر است. هندسه آزمون مورد بررسی در شکل ۳۹ آمده است. مرز سامانه متناوب و مشخصات نوترونی دو گروه انرژی در جدول شماره ۱۵ قید شده است. ضریب تکثیر محاسبه شده در جدول شماره ۱۹ بیان شده است. شکل ۴۰ شار بهنجار شده با کد DRAGON مقایسه شده و درصد خطای نسبی در شکل ۴۱ آورده شده است.



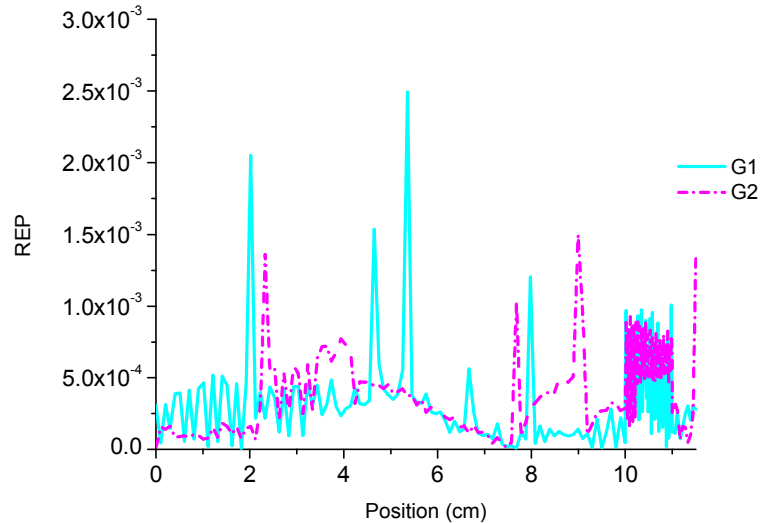
شکل ۳۹: مشخصات هندسی راکتور

جدول شماره ۱۹: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه دو گروهی

حداکثر میزان خطای نسبی شار (%)	خطای نسبی K_{eff} (pcm)	ضریب تکثیر موثر	تعداد مش	کد
-	-	0.297117	150	DRAGON
0.00249	0.0	0.297117	150	COPRO



شکل ۴۰: توزیع شار سیستم



شکل ۴۱: توزیع خطا در مقایسه با کد DRAGON

۱۰-۲-۹- آزمون نهم: قلب دو ناحیه‌ای و چهار گروهی با پراکندگی رو به بالا

در این آزمون مسئله پراکندگی رو به بالا مورد بررسی قرار گرفته است. مسئله مورد بررسی رآکتور دو ناحیه‌ای با مرز چپ بازتابنده کامل و مرز راست برهنه است. مشخصات نوترونی این دو ناحیه در جدول شماره ۲۰ و جدول شماره ۲۱ آمده است.

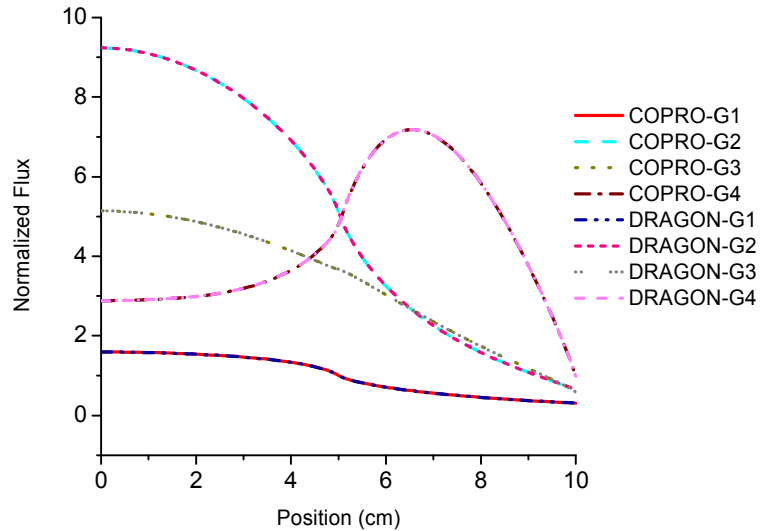
جدول شماره ۲۰: سطح مقطع پراکندگی سوخت آزمون فوق

$\Sigma_{sg \leftarrow g'} (cm^{-1})$	1	2	3	4
1→	0.066207	0.083004	0.0	0.0
2→	0.0	0.245499	0.0584	0.0
3→	0.0	0.1	0.432533	0.06453
4→	0.0	0.02	0.01	0.819822

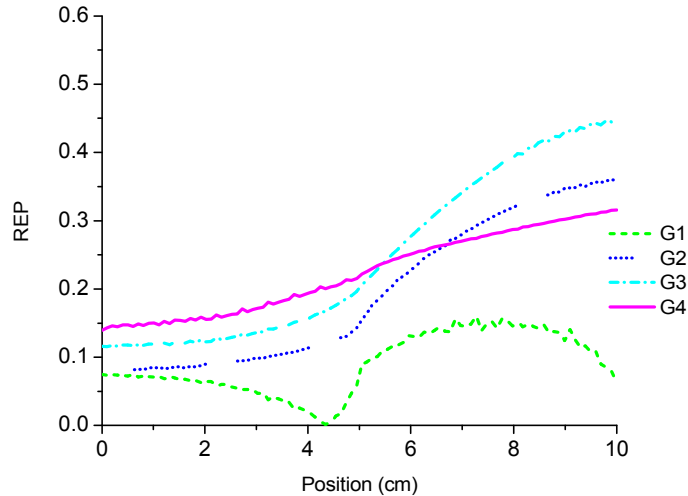
ضریب تکثیر این سامانه با استفاده از برنامه نوشته شده و کد DRAGON در جدول شماره ۲۱ قید شده و توزیع شار بهنجار شده در شکل ۴۲ و میزان خطای نسبی در شکل ۴۳ آورده شده است.

جدول شماره ۲۱: مقادیر ضریب تکثیر موثر تیغه

کد	تعداد مش	ضریب تکثیر موثر	خطای نسبی K_{eff} (pcm)	حداکثر میزان خطای نسبی شار (%)
DRAGON	100	1.86614	-	-
COPRO	100	1.86574	21	0.00734



شکل ۴۲: شار بهنجار شده چهار گروهی



شکل ۴۳: میزان خطای نسبی در مقایسه با کد DRAGON

۱۰-۲-۱۰- آزمون دهم: قلب یک ناحیه‌ای و ۱۰۰ گروهی با پراکندگی رو به بالا

این آزمون برای اعتبارسنجی برنامه نوشته شده برای تعداد گروه انرژی زیاد انجام شده است. مسئله مورد بررسی مشابه آزمون اول است که با استفاده از روابط زیر قابل تعمیم به n گروهی می‌باشد.

$$v\Sigma_{fg} = v\Sigma_f$$

$$\Sigma_{tg} = \Sigma_t$$

$$\sum_{g'} \Sigma_{sg \rightarrow g'} = \Sigma_s$$

(۵-۱۰)

$$X(1) = 1$$

میزان خطای نسبی در مقایسه با کد MCNP در جدول شماره ۲۲ قید شده است.

جدول شماره ۲۲: مقایسه ضریب تکثیر آزمون ۱۰۰ گروهی با کد MCNP

خطای نسبی K_{eff} (pcm)	ضریب تکثیر موثر	تعداد مش	کد
-	1.72445	-	MCNP
3.479	1.72439	100	COPRO

۱۱- احتمال برخورد در هندسه حلقوی

در این بخش معادله انتگرالی ترابرد در سلول سوخت حل می‌گردد. احتمال برخورد در این هندسه و شرط مرزی خلاء استخراج می‌شود. این معادلات برای یک گروه نوشته و سپس به چند گروهی تعمیم داده می‌شود. شرط مرزی مختلف در گذشته بررسی شده است.

معادله ترابرد به قرار زیر است.

$$\phi(r, \Omega) = \phi(r - R_s, \Omega, \Omega) e^{-\tau(r, r - R_s, \Omega)} + \int_0^{R_s} dR' Q(r - R', \Omega, \Omega) e^{-\tau(r, r - R', \bar{\Omega})} \quad (1-11)$$

جمله‌های معادله فوق در بخش ششم این گزارش مورد بررسی قرار گرفت. با در نظر گرفتن شرط مرزی خلاء معادله فوق به صورت رابطه (۲-۱۱) نوشته می‌شود.

$$\phi(r, \Omega) = \int_0^{R_s} dR' Q(r - R' \Omega, \Omega) e^{-\tau(r, r - R' \tilde{\Omega})} \quad (۲-۱۱)$$

شایان ذکر است، شرط مرزی را می‌توان با توجه به روش‌های بیان شده در بخش نهم اعمال کرد.

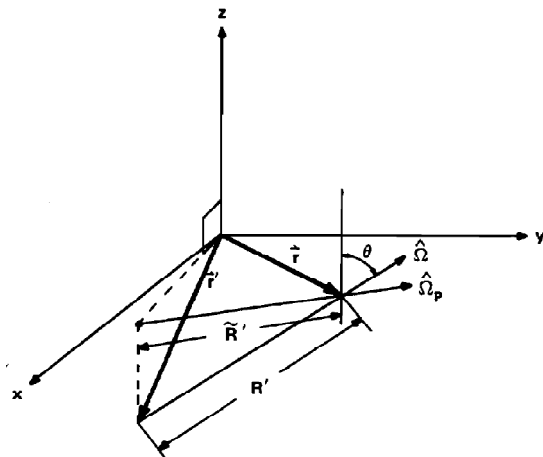
این معادله بایستی در هندسه استوانه‌ای دو بعدی نوشته شود. از این رو بردار r بایستی بر روی صفحه $X-Y$ تصویر گردد. شعاع کره و شعاع استوانه معادل در صفحه $X-Y$ از رابطه زیر تبعیت می‌کند.

$$\vec{\rho} = \vec{r} \sin \theta \quad (۳-۱۱)$$

بنابراین شار زاویه‌ای در هندسه دو بعدی به قرار زیر است.

$$\phi(\vec{\rho}, \tilde{\Omega}) = \int_0^{\tilde{R}_s} \frac{d\tilde{R}'}{\sin \theta} Q(\vec{\rho} - \tilde{R}' \tilde{\Omega}, \tilde{\Omega}) e^{-\frac{\tau(\vec{\rho}, \vec{\rho} - \tilde{R}' \tilde{\Omega})}{\sin \theta}} \quad (۴-۱۱)$$

در این رابطه پارامترهای کلاه‌دار تصویر پارامتر اصلی در صفحه $X-Y$ است. شکل زیر نداشت پارامترهای سه بعدی به دو بعدی را نشان می‌دهد.



شکل ۴۴: تصویر بردارهای سه بعدی به صفحه $X-Y$

شار عددی از انتگرال گیری از شار زاویه ای حاصل می شود. بنابراین معادله انتگرالی برای بدست آوردن شار عددی از رابطه زیر حاصل می شود.

$$\phi(\bar{\rho}) = \int_0^{\bar{R}_s'} \int d\tilde{\Omega} \frac{d\tilde{R}'}{\sin\theta} Q(\bar{\rho} - \tilde{R}'\tilde{\Omega}, \tilde{\Omega}) e^{-\frac{\tau(\bar{\rho}, \bar{\rho} - \tilde{R}'\tilde{\Omega})}{\sin\theta}} \quad (5-11)$$

به عبارتی شار عددی مجموع شار در تمامی زاویه ها است. با تبعیت $d\tilde{\Omega}$ از رابطه زیر

$$d\tilde{\Omega} = d\varphi d\theta \sin\theta \quad (6-11)$$

و همسانگردی چشمه $Q(\rho - \tilde{R}'\tilde{\Omega}, \tilde{\Omega})$ معادله فوق به قرار ذیل بیان می گردد.

$$\phi(\bar{\rho}) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\bar{R}_s'} \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{d\tilde{R}'}{\sin\theta} Q(\bar{\rho} - \tilde{R}'\tilde{\Omega}) e^{-\frac{\tau(\bar{\rho}, \bar{\rho} - \tilde{R}'\tilde{\Omega})}{\sin\theta}} \quad (7-11)$$

ما از تعریف تابع بایکلی^۱ به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$K_n(\tau) = \int_0^{\pi/2} d\theta \sin^{n-1} \theta e^{-\tau/\sin\theta} \quad (۸-۱۱)$$

از این رو می‌توان شار عددی را بر حسب این تابع به صورت زیر نوشت.

$$\phi(\vec{\rho}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\tilde{R}_3'} d\tilde{R}' K_1(\tau(\vec{\rho}, \vec{\rho} - \tilde{R}'\tilde{\Omega})) Q(\vec{\rho} - \tilde{R}'\tilde{\Omega}) \quad (۹-۱۱)$$

^۱Bickley

اساس ارزیابی بهینه انتگرال‌های احتمال برخورد روش ردیابی پرتو^۱ است. در این روش انتگرال‌گیری به صورت تحلیلی مماس با مسیر حرکت نوترون و به صورت عددی در جهت عمود بر حرکت نوترون، انجام می‌گیرد. در هندسه استوانه یک بعدی تنها یک انتگرال به صورت عددی بایستی صورت پذیرد. بنابراین زمان محاسبات نیز به شدت کاهش می‌یابد. برای بدست آوردن معادلات احتمال برخورد از معادله فوق بر روی سطح انتگرال‌گیری می‌شود.

$$\int_i \phi(\vec{\rho}) dA = \sum_{j=1} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_i dA \int_j d\vec{R}' K_1(\tau(\vec{\rho}, \vec{\rho} - \vec{R}'\vec{\Omega})) Q(\vec{\rho} - \vec{R}'\vec{\Omega}) \quad (10-11)$$

بنابراین شار متوسط در ناحیه i از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\phi_i = \sum_{j=1} Q_j p_{ij} \quad (11-11)$$

که احتمال p_{ij} به صورت زیر تعریف می‌گردد.

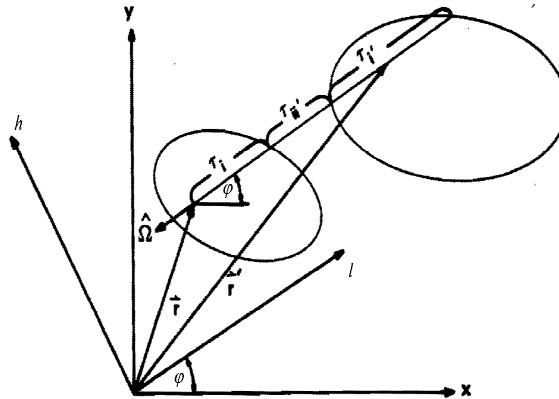
$$p_{ij} = \frac{1}{2\pi A_i} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_i dA \int_j d\tilde{R}' K_1(\tau(\bar{\rho}, \bar{\rho} - \tilde{R}'\tilde{\Omega})) \quad i \neq j \quad (12-11)$$

$$p_{ii} = \frac{1}{2\pi A_i} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_i dA \int_i d\tilde{R}' K_1(\tau(\bar{\rho}, \bar{\rho} - \tilde{R}'\Omega)) \quad i = j \quad (13-11)$$

جمله چشمه به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$Q_i = \sum_{si} \phi_i + \frac{1}{k} \nu \sum_{fi} \phi_i + Q_{ei} \quad (14-11)$$

برای انتگرال‌گیری در مسیر حرکت نوترون یک مختصات متحرک برای هر φ تعریف می‌کنیم به صورتی که یک محور مماس با زاویه حرکت نوترون ($\tilde{\Omega}$) و دیگری عمود بر این محور باشد. این مختصات در شکل ۴۵ مشخص شده است.

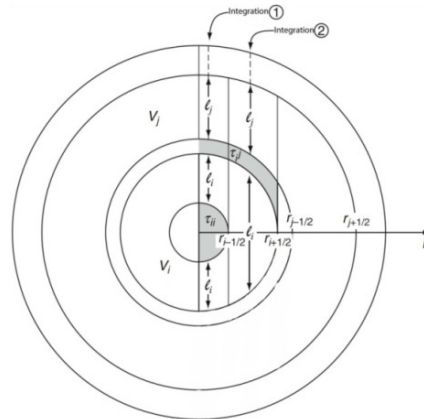


شکل ۴۵: مختصات مشخص کننده نحوه انتگرال گیری در مختصات استوانه‌ای

بنابراین انتگرال بر روی سطح بر حسب این مختصات به صورت رابطه (۱۱-۱۵) بیان می‌گردد.

$$\int_i dA = \int_{h_i \min}^{h_i \max} dh \int_{l_i \min}^{l_i \max} dl$$

(۱۵-۱۱)



شکل ۴۶: انتگرال گیری احتمال برخورد در هندسه استوانه‌ای یک بعدی

احتمال p_{ij} با توجه به شکل ۴۶ به قرار زیر بیان می‌گردد.

$$p_{ij} = \frac{2}{A_i} \left\{ \int_0^{r_{i-1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \int_0^{l_j} dl \left[K_1(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_i l' + \Sigma_j l) + K_1(\tau_{ij} + \Sigma_i l' + \Sigma_j l) \right] + \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \int_0^{l_j} dl K_1(\tau_{ij} + \Sigma_i l' + \Sigma_j l) \right\} \quad (۱۶-۱۱)$$

احتمال برخورد (در واقع این رابطه، احتمال انتقال است که با ضرب آن در سطح مقطع ناحیه i احتمال برخورد حاصل می‌شود) در این رابطه بر حسب سه جمله بیان گردیده است. جمله اول نشانگر نوترون‌های تولیدی در ناحیه i و $r_{i-1/2}$ که در بخش پایینی ناحیه i در همین فاصله برخورد می‌کنند، جمله دوم نوترون‌های تولیدی در همین ناحیه که در بخش بالای ناحیه i در همین فاصله برخورد می‌کنند و جمله سوم نوترون‌های تولیدی در ناحیه i و $r_{i-1/2}$ و $r_{i+1/2}$ برخورد کرده در ناحیه i در همین فاصله است.

ارتباط انتگرال تابع بایکلی با تابعی از یک مرتبه بالاتر به قرار زیر بیان می گردد.

$$\int_{\tau}^{\tau'} K_n(x) dx = K_{n+1}(\tau) - K_{n+1}(\tau') \quad (17-11)$$

بنابراین احتمال p_{ij} را می توان به صورت زیر نوشت.

$$p_{ij} = \frac{2}{A_i} \left\{ \int_0^{r_{i-1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \frac{1}{\Sigma_j} \left[K_2(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_i l') - K_2(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_i l' + \Sigma_j l_j) \right] \right. \\ \left. + \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \frac{2}{\Sigma_i} \left[K_2(\tau_{ij} + \Sigma_i l') - K_2(\tau_{ij} + \Sigma_i l' + \Sigma_j l_j) \right] \right\} \quad (18-11)$$

انتگرال دوم در این رابطه با همان ویژگی تابع بایکلی به شرح ذیل بیان می گردد.

(۱۹-۱۱)

$$p_{ij} = \frac{2}{A_i} \left\{ \int_0^{r_{i-1/2}} dh \left[\frac{1}{\Sigma_i \Sigma_j} \left[K_3(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i + \tau_{ij}) - K_3(\tau_{ii} + 2\Sigma_i l_i + \tau_{ij}) - K_3(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_j l_j) \right] \right. \right. \\ \left. \left. + K_3(\tau_{ii} + 2\Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_j l_j) \right. \right. \\ \left. \left. + K_3(\tau_{ij}) - K_3(\Sigma_i l_i + \tau_{ij}) - K_3(\tau_{ij} + \Sigma_j l_j) + K_3(\Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_j l_j) \right] \right. \\ \left. + \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} dh \frac{1}{\Sigma_i \Sigma_j} \left[K_3(\tau_{ij}) - K_3(\Sigma_i l_i + \tau_{ij}) - K_3(\tau_{ij} + \Sigma_j l_j) + K_3(\Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_j l_j) \right] \right\}$$

احتمال دوم مورد بررسی احتمال خود برخوردی است که توسط سه جمله مانند قبل، به قرار زیر است.

$$p_{ii} = \frac{2}{A_i} \left\{ \int_0^{r_{i-1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \left[2 \int_{l'}^{l_i} dl K_1(\Sigma_i(l-l')) + \int_0^{l_i} dl K_1(\tau_{ii} + \Sigma_i(l'+l)) \right] \right. \\ \left. + \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \int_{l'}^{l_i} dl K_1(\Sigma_i(l-l')) \right\} \quad (۲۰-۱۱)$$

انتگرال موجود در این رابطه به صورت تحلیلی با استفاده از ویژگی این تابع به صورت زیر بیان می‌گردد.

(۲۱-۱۱)

$$p_{ii} = \frac{2}{A_i} \left\{ \int_0^{r_{i-1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \left[\frac{2}{\Sigma_i} [K_2(0) - K_2(\Sigma_i(l_i - l'))] + \frac{1}{\Sigma_i} [K_2(\tau_{ii} + \Sigma_i(l')) - K_2(\tau_{ii} + \Sigma_i(l' + l_i))] \right] \right. \\ \left. + \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \frac{2}{\Sigma_i} [K_2(0) - K_2(\Sigma_i(l_i - l'))] \right\}$$

در این رابطه نیز می‌توان از ویژگی تابع بایکلی استفاده کرد.

(۲۲-۱۱)

$$p_{ii} = \frac{2}{A_i} \left\{ \int_0^{r_{i-1/2}} dh \left[\frac{2}{\Sigma_i^2} [\Sigma_i l_i - K_3(0) + K_3(\Sigma_i l_i)] + \frac{1}{\Sigma_i^2} [K_3(\tau_{ii}) - K_3(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i) - K_3(\tau_{ii} + 2\Sigma_i l_i)] \right] \right. \\ \left. + \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} dh \frac{2}{\Sigma_i^2} [\Sigma_i l_i - K_3(0) + K_3(\Sigma_i l_i)] \right\}$$

برای بررسی تکین بودن انتگرال، یک عبارت در داخل این انتگرال که با D نمایش داده می‌شود، را در نظر بگیرید. به عنوان مثال عبارت زیر،

$$D = \frac{2}{\Sigma_i^2} [\Sigma_i l_i - K_3(0) + K_3(\Sigma_i l_i)] \quad (23-11)$$

برای بررسی تکین بودن از این عبارت بر حسب پارامتر انتگرال گیری (h) مشتق می‌گیریم.

$$\frac{dD}{dh} = \frac{dD}{dl} \frac{dl}{dh} \quad (24-11)$$

در ناحیه دوم انتگرال گیری l_i به صورت زیر است.

$$l_i = 2\sqrt{r_{i+1/2}^2 - h^2} \quad (25-11)$$

که مشتق این عبارت به قرار زیر است.

$$\frac{dl}{dh} = \frac{-2h}{\sqrt{r_{i+1/2}^2 - h^2}} \quad (۲۶-۱۱)$$

با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (۱۱-۲۴) داریم.

$$\frac{dD}{dh} = \frac{dD}{dl} \frac{-2h}{\sqrt{r_{i+1/2}^2 - h^2}} \quad (۲۷-۱۱)$$

بنابراین احتمال برخورد در $h = r_{i+1/2}$ یک نقطه تکین دارد. برای حذف این نقطه تکین در انتگرال از تغییر متغیر زیر استفاده می‌کنیم.

$$y = \sqrt{r_{i+1/2}^2 - h} \rightarrow 2dy = \frac{-dh}{\sqrt{r_{i+1/2}^2 - h}} \quad (۲۸-۱۱)$$

در بررسی تکین بودن انتگرال مشتق عبارت داخل انتگرال را بر حسب پارامتر مورد انتگرال گیری می نویسیم.

$$\frac{dD}{dy} = \frac{dD}{dl} \frac{dl}{dh} \frac{dh}{dy} = \frac{dD}{dl} \left[\frac{2h}{\sqrt{r_{i+1/2}^2 - h^2}} \right] 2\sqrt{r_{i+1/2} - h} \quad (29-11)$$

با میل h به سمت نقطه تکین، حد زیر را داریم.

$$\lim_{h \rightarrow r_{i+1/2}} \frac{dD}{dy} = 2\sqrt{r_{i+1/2}} \frac{dD}{dl} \Big|_{h=r_{i+1/2}} \quad (30-11)$$

بنابراین تکین بودن انتگرال با تغییر متغیر (۲۸-۱۱) برطرف گردید. پس انتگرال موجود در احتمال برخورد به قرار زیر نوشته می شود.

$$\int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} D(l(h)) dh = 2 \int_0^{\sqrt{r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2}} D(l(y)) y dy \quad (31-11)$$

این انتگرال را بایستی به صورت عددی و با توجه به ویژگی آن از روش گوس-ژاکوبین^۱ حل کرد. بدین منظور بازه انتگرال گیری را با استفاده از تغییر متغیر زیر بین ۰ تا ۱ نگاشت می کنیم.

$$u = \frac{y}{\sqrt{r_{i+1/2} - r_{i-1/2}}}, du = \frac{dy}{\sqrt{r_{i+1/2} - r_{i-1/2}}} \quad (۳۲-۱۱)$$

بنابراین انتگرال احتمال برخورد در بازه بین ۰ و ۱ به صورت زیر بیان می گردد.

$$2 \int_0^{\sqrt{r_{i+1/2} - r_{i-1/2}}} D(l(y)) y dy = 2(r_{i+1/2} - r_{i-1/2}) \int_0^1 u D(l(u)) du \quad (۳۳-۱۱)$$

¹ Gauss-Jacobi

همان طور که بیان گردید، انتگرال گیری به صورت عددی انجام می شود. رابطه زیر معرف این انتگرال گیری است.

$$2(r_{i+1/2} - r_{i-1/2}) \int_0^1 u D(l(u)) du = 2(r_{i+1/2} - r_{i-1/2}) \sum_{k=1}^K \omega_k D(l(u_k)) \quad (34-11)$$

در این رابطه ω_k نمایانگر وزن ها و u_k نقاط انتگرال گیری است. این پارامترها با توجه به مرتبه انتگرال گیری عددی انتخابی موجود است. رابطه بین نقاط انتگرال گیری و h در زیر بیان گردیده است.

$$l_i = 2\sqrt{r_{i+1/2}^2 - h^2}$$

$$h = r_{i+1/2} - y^2 \quad \rightarrow \quad h = r_{i+1/2} - u^2 (r_{i+1/2} - r_{i-1/2}) \quad (35-11)$$

$$u = \frac{y}{\sqrt{r_{i+1/2} - r_{i-1/2}}}$$

بررسی تکین بودن انتگرال در ناحیه اول نیز بایستی انجام پذیرد. در ناحیه اول انتگرال گیری، l_i به صورت زیر است.

$$l_i = \sqrt{r_{i+1/2}^2 - h^2} - \sqrt{r_{i-1/2}^2 - h^2} \quad (36-11)$$

با مشتق گیری از این عبارت داریم.

$$\frac{dl}{dh} = \frac{-2h}{\sqrt{r_{i+1/2}^2 - h^2}} - \frac{-2h}{\sqrt{r_{i-1/2}^2 - h^2}} \quad (37-11)$$

از این رو تابع مورد انتگرال گیری در دو نقطه تکین است که با توجه به بازه مورد انتگرال گیری فقط نقطه $r_{i-1/2}$ مهم است. این نقطه با استفاده از تغییر متغیر زیر حذف می گردد.

$$y = \sqrt{r_{i-1/2}^2 - h} \rightarrow 2dy = \frac{-dh}{\sqrt{r_{i-1/2}^2 - h}} \quad (38-11)$$

با جایگذاری این تغییر متغیر داریم.

$$\frac{dD}{dy} = \frac{dD}{dl} \frac{dl}{dh} \frac{dh}{dy} = \frac{dD}{dl} \left[\frac{2h}{\sqrt{r_{i+1/2}^2 - h^2}} - \frac{2h}{\sqrt{r_{i-1/2}^2 - h^2}} \right] 2\sqrt{r_{i-1/2}^2 - h^2} \quad (39-11)$$

با میل h به نقطه تکین به حد زیر می‌رسیم.

$$\lim_{h \rightarrow r_{i-1/2}} \frac{dD}{dy} = 2\sqrt{r_{i-1/2}^2} \frac{dD}{dl} \Big|_{h=r_{i-1/2}} \quad (40-11)$$

از این رو تکین بودن تابع برطرف گردید. انتگرال احتمال برخورد با این تغییر متغیر به قرار زیر است.

$$\int_0^{r_{i-1/2}} D(l(h)) dh = 2 \int_0^{\sqrt{r_{i-1/2}^2}} D(l(y)) y dy \quad (41-11)$$

این انتگرال مانند گذشته به صورت عددی و با استفاده از روش گوس- ژاکوبین حل می‌شود. برای این امر بایستی بازه- های انتگرال بین ۰ تا ۱ باشد. از این رو از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$u = \frac{y}{\sqrt{r_{i-1/2}}}, du = \frac{dy}{\sqrt{r_{i-1/2}}} \quad (42-11)$$

بنابراین انتگرال احتمال برخورد در این ناحیه به قرار زیر است.

$$2 \int_0^{\sqrt{r_{i+1/2}}} D(l(y)) y dy = 2r_{i-1/2} \int_0^1 u D(l(u)) du \quad (43-11)$$

با استفاده از روش گوس- ژاکوبین داریم:

$$2r_{i-1/2} \int_0^1 u D(l(u)) du = 2r_{i-1/2} \sum_{k=1}^K \omega_k D(l(u_k)) \quad (44-11)$$

برای نقاط h و u رابطه زیر را داریم.

$$l_i = \sqrt{r_{i+1/2}^2 - h^2} - \sqrt{r_{i-1/2}^2 - h^2}$$

$$h = r_{i+1/2} - y^2 \quad \rightarrow \quad h = r_{i+1/2} - u^2 r_{i-1/2} = r_{i+1/2} (1 - u^2) \quad (45-11)$$

$$u = \frac{y}{\sqrt{r_{i-1/2}}}$$

در این روش برای ارزیابی انتگرال ناحیه اول، بازه 0 تا $r_{i-1/2}$ به K بخش تقسیم می‌گردد. با توجه به مقدار $r_{i-1/2}$ جواب به تعداد تقسیم‌بندی حساسیت بیشتری دارد. این نکته در بخش بعد ذکر شده است.

در حذف وابستگی به تعداد نقاط انتگرال گیری ناحیه بین هر دایره به K نقطه انتگرال گیری تقسیم می شود که این وابستگی را به مقدار قابل توجهی کاهش می دهد. بنابراین احتمال خودبرخوردی در این روش به صورت زیر بیان می گردد.

$$p_{ii} = \frac{2}{A_i} \left\{ \sum_{k=1}^i \int_{r_{k-1/2}}^{r_{k+1/2}} dh \int_0^{l_{ik}} dl' \left[2 \int_{l'}^{l_{ik}} dl K_1(\Sigma_i(l-l')) + \int_0^{l_{ik}} dl K_1(\tau_{ii} + \Sigma_i(l'+l)) \right] \right\} \quad (46-11)$$

با استفاده از ویژگی توابع بایکلی که در بخش قبل ذکر شد، این احتمال به قرار زیر نوشته می شود.

$$p_{ii} = \frac{2}{A_i} \left\{ \sum_{k=1}^i \int_{r_{k-1/2}}^{r_{k+1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \left[\frac{2}{\Sigma_i} [K_2(0) - K_2(\Sigma_i(l_i - l'))] + \frac{1}{\Sigma_i} [K_2(\tau_{iik} + \Sigma_i(l')) - K_2(\tau_{ii} + \Sigma_i(l'+l_i))] \right] \right\} \quad (47-11)$$

بنابراین احتمال خودبرخوردی به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$p_{ii} = \frac{2}{A_i} \left\{ \sum_{k=1}^i \int_{r_{k-1/2}}^{r_{k+1/2}} dh \left[\frac{2}{\Sigma_i^2} [\Sigma_i l_i - K_3(0) + K_3(\Sigma_i l_i)] + \frac{1}{\Sigma_i^2} [K_3(\tau_{ii}) - K_3(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i) - K_3(\tau_{ii} + 2\Sigma_i l_i)] \right] \right\} \quad (48-11)$$

احتمال برخورد در دیگر نواحی با استفاده از روش ذکر شده به قرار زیر است.

$$p_{ij} = \frac{2}{A_i} \left\{ \sum_{k=1}^i \int_{r_{k-1/2}}^{r_{k+1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \int_0^{l_j} dl \left[K_1(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_i l' + \Sigma_j l) + K_1(\tau_{ij} + \Sigma_i l' + \Sigma_j l) \right] \right\} \quad (49-11)$$

با انتگرال گیری از رابطه بالا و اعمال حدود انتگرال گیری داریم:

$$p_{ij} = \frac{2}{A_i} \left\{ \sum_{k=1}^i \int_{r_{k-1/2}}^{r_{k+1/2}} dh \int_0^{l_i} dl' \frac{1}{\Sigma_j} \left[\begin{aligned} &K_2(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_i l') - K_2(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_i l' + \Sigma_j l_j) \\ &+ K_2(\tau_{ij} + \Sigma_i l') - K_2(\tau_{ij} + \Sigma_i l' + \Sigma_j l_j) \end{aligned} \right] \right\} \quad (50-11)$$

بنابراین احتمال برخورد به صورت زیر است.

$$p_{ij} = \frac{2}{A_i} \left\{ \sum_{k=1}^i \int_{r_{k-1/2}}^{r_{k+1/2}} dh \left[\frac{1}{\Sigma_i \Sigma_j} \left[\begin{aligned} &K_3(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i + \tau_{ij}) - K_3(\tau_{ii} + 2\Sigma_i l_i + \tau_{ij}) \\ &- K_3(\tau_{ii} + \Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_j l_j) + K_3(\tau_{ii} + 2\Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_j l_j) \\ &+ K_3(\tau_{ij}) - K_3(\Sigma_i l_i + \tau_{ij}) - K_3(\tau_{ij} + \Sigma_j l_j) \\ &+ K_3(\Sigma_i l_i + \tau_{ij} + \Sigma_j l_j) \end{aligned} \right] \right] \right\} \quad (51-11)$$

انتگرال فوق نیز داری یک نقطه تکین است که با استفاده از روش بیان شده در بخش قبل می‌توان این نقطه را حذف نمود.

احتمال برخورد برای حالتی که $i > j$ از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$A_j p_{ji} = A_i p_{ij} \quad (52-11)$$

۱۱-۱- حل معادله ترابرد چند گروهی با شرط مرزی خلاء

معادله انتگرالی ترابرد در گروه g برای شرط مرزی خلاء به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\int_i \phi_g(\vec{\rho}) dA = \sum_{j=1}^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_i dA \int_j d\vec{R}' K_1(\tau_g(\vec{\rho}, \vec{\rho} - \vec{R}'\vec{\Omega})) Q_g(\vec{\rho} - \vec{R}'\vec{\Omega}) \quad (53-11)$$

بنابراین شار متوسط در این گروه و در ناحیه $\bar{\Omega}$ از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\phi_{ig} = \sum_{j=1} Q_{jg} P_{ijg} \quad (54-11)$$

که احتمال P_{ijg} به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$P_{ijg} = \frac{1}{2\pi A_i} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_i dA \int_j d\tilde{R}' K_1(\tau_g(\bar{\rho}, \bar{\rho} - \tilde{R}'\tilde{\Omega})) \quad i \neq j \quad (55-11)$$

$$P_{iig} = \frac{1}{\Sigma_i} - \frac{1}{2\pi A_i} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_i dA \int_i d\tilde{R}' K_1(\tau_g(\bar{\rho}, \bar{\rho} - \tilde{R}'\Omega)) \quad i = j \quad (56-11)$$

جمله چشمه به صورت زیر نوشته می شود.

$$Q_{g1}(\vec{r}') = \sum_{s,g \rightarrow g} \Sigma_{s,g \rightarrow g}(\vec{r}') \phi_g(\vec{r}') + \frac{1}{k} \chi_g \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,g'}(\vec{r}') \phi_{g'}(\vec{r}') + Q_{c,g}(r') \quad (57-11)$$

$$Q_{g2}(r') = \sum_{g' \neq g} \Sigma_{s0,g' \rightarrow g} \phi_{g'}(\vec{r}') \quad (58-11)$$

$$Q_g(r') = Q_{g1}(r') + Q_{g2}(r') \quad (59-11)$$

مشابه بخش گذشته، برای انتگرال گیری در مسیر حرکت نوترون یک مختصات متحرک برای هر φ تعریف می کنیم به صورتی که یک محور مماس با زاویه حرکت نوترون ($\vec{\Omega}$) و دیگری عمود بر این محور باشد. در نهایت احتمال p_{ijg} به صورت روابط (۶۰-۱۱) و (۶۱-۱۱) در می آید.

$$P_{iig} = \frac{2}{A_i} \left\{ \sum_{k=1}^i \int_{r_{k-1/2}}^{r_{k+1/2}} dh \left[\frac{2}{\Sigma_{ig}^2} \left[\Sigma_{ig} l_i - K_3(0) + K_3(\Sigma_{ig} l_i) \right] + \frac{1}{\Sigma_{ig}^2} \left[K_3(\tau_{iig}) - K_3(\tau_{iig} + \Sigma_{ig} l_i) - K_3(\tau_{iig} + 2\Sigma_{ig} l_i) \right] \right] \right\} \quad (60-11)$$

(61-11)

$$P_{ijg} = \frac{2}{A_i} \left\{ \sum_{k=1}^i \int_{r_{k-1/2}}^{r_{k+1/2}} dh \frac{1}{\Sigma_{ig} \Sigma_{jg}} \left[\begin{aligned} &K_3(\tau_{iig} + \Sigma_{ig} l_i + \tau_{ijg}) - K_3(\tau_{iig} + 2\Sigma_{ig} l_i + \tau_{ijg}) \\ &- K_3(\tau_{iig} + \Sigma_{ig} l_i + \tau_{ijg} + \Sigma_{jg} l_j) + K_3(\tau_{iig} + 2\Sigma_{ig} l_i + \tau_{ijg} + \Sigma_{jg} l_j) \\ &+ K_3(\tau_{ijg}) - K_3(\Sigma_{ig} l_i + \tau_{ijg}) - K_3(\tau_{ijg} + \Sigma_{jg} l_j) \\ &+ K_3(\Sigma_{ig} l_i + \tau_{ijg} + \Sigma_{jg} l_j) \end{aligned} \right] \right\}$$

احتمال برخورد برای حالتی که $i > j$ از رابطه زیر بدست می آید.

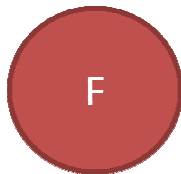
$$V_j P_{jig} = V_i P_{ijg} \quad (62-11)$$

۱۲- راستی آزمایی محاسبات هندسه حلقوی

در این بخش الگوریتم و برنامه نوشته شده برای محاسبه توزیع شار و ضریب تکثیر در هندسه حلقوی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. آزمون‌های مورد بررسی عمدتاً از مراجع معتبر و مقالات استخراج شده است. برنامه نوشته شده با کد معتبر یقینی DRAGON مقایسه شده است.

۱۲-۱- آزمون نخست: استوانه برهنه بحرانی و تک گروهی

این سیستم یک استوانه بحرانی به شعاع $4/27996$ سانتی‌متر است که در مرجع [۱۰] آمده و مشخصات آن در جدول شماره ۲۳ ذکر شده است. نتایج این آزمون با مقادیر مختلف تعداد مش بیان گردیده است که نشانگر دقت مناسب نتایج است.

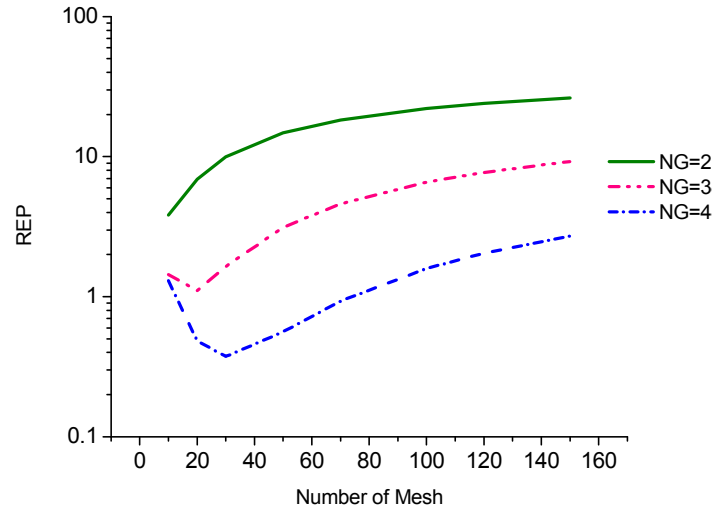


شکل ۴۷: آزمون تک ناحیه‌ای و یک گروهی

جدول شماره ۲۳: سطح مقطع‌های استوانه بحرانی [۱۰]

سوخت	$\Sigma_s (cm^{-1})$	$\Sigma_t (cm^{-1})$	$v\Sigma_f (cm^{-1})$
^{239}Pu	0.225216	0.32640	0.231744

در بخش گذشته دو روش برای انتگرال‌گیری و ارزیابی احتمالات برخورد ارائه شد. این دو روش برای این آزمون نمونه مورد بررسی و درصد انحراف ضریب تکثیر موثر از مقدار بحرانی برای مقادیر مختلف مش و تعداد نقاط انتگرال‌گیری ارائه شده است.

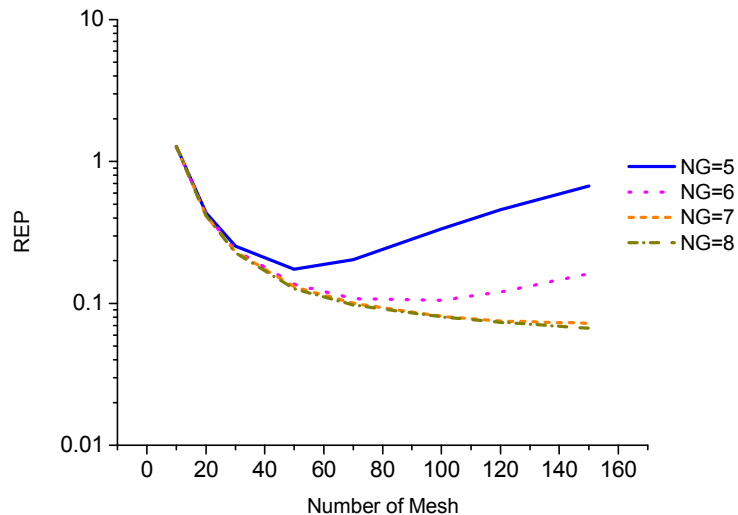


شکل ۴۸: میزان انحراف ضریب تکثیر در روش اول بر حسب مقادیر مختلف تعداد مش و نقاط انتگرال گیری

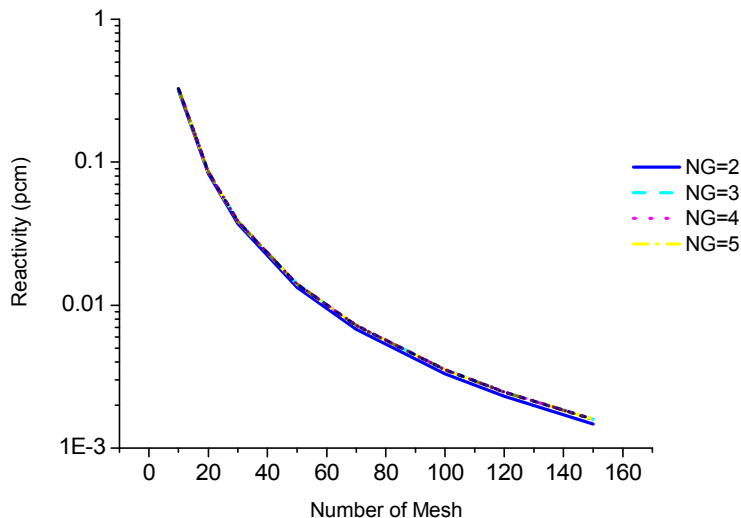
در روش اول انتگرال گیری، اگر تعداد نقاط گوس - ژاکوبین کمتر از ۴ باشد با زیاد کردن تعداد مش خطا به صورت قابل ملاحظه‌ای افزایش پیدا می‌کند، به نحوی که حداقل خطا در حدود ۳/۰٪ یا به عبارتی PCM ۳۰۰ است. این روند در شکل ۴۸ مشخص است.

با افزایش تعداد نقاط انتگرال گیری خطا کاهش می‌یابد. با بررسی رفتار خطا، به نظر می‌رسد یک نقطه بهینه برای تعداد مش و نقاط انتگرال گیری وجود دارد که با افزایش نقاط انتگرال گیری این وابستگی کمتر می‌شود. روند تغییرات خطای نسبی ضریب تکثیر برای مقادیر بالاتر نقاط انتگرالی در شکل ۴۹ آورده شده است.

در روش دوم انتگرال گیری فضای بین هر ناحیه به تعداد مشخص و مساوی نقاط انتگرال گیری تقسیم می‌گردد. همان‌طور که در شکل ۵۰ مشخص است، این روش انتگرال گیری وابستگی بسیار کمتری به تعداد نقاط انتگرال گیری دارد و با افزایش تعداد مش به جواب‌های بهتری میل می‌کنیم.



شکل ۴۹: درصد خطای نسبی ضریب تکثیر در روش اول بر حسب مقادیر مختلف تعداد مش و نقاط انتگرال گیری



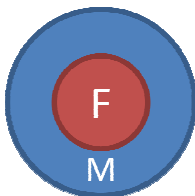
شکل ۵۰: وابستگی خطای ضریب تکثیر در روش دوم به مقادیر مختلف تعداد مش و نقاط انتگرال گیری

ضریب تکثیر موثر این آزمون با استفاده از دو روش انتگرال گیری یاد شده برای این سامانه محاسبه شده و میزان خطای نسبی آن بر حسب مقادیر مختلف مش و نقاط انتگرال گیری در جدول شماره ۲۴ بیان گردیده است.

جدول شماره ۲۴: ضریب تکثیر موثر این آزمون

No. Mesh	10	50	100
First Method: 2	0.981283	0.920162	0.880623
Error (%)	2	8	12
First Method: 8	0.99672	0.99985	0.99998
Error (PCM)	328	15	2
Second Method: 2	0.99681	0.99987	0.99997
Error (PCM)	319	13	3

۱۲-۲- آزمون دوم: استوانه بحرانی تک گروهی دو ناحیه‌ای



شکل ۵۱: آزمون استوانه دو ناحیه‌ای

در این آزمون یک استوانه دو ناحیه‌ای با شعاع قلب $۳/۳۹۷۶۱$ و بازتابنده‌ای به شعاع $۳/۰۶۳۷۲۵$ سانتی‌متر و مشخصات ذکر شده در جدول شماره ۲۵ مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج محاسبه بحرانیت برای تعداد بازه‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شده است. مقادیر ضریب تکثیر محاسبه شده در جدول شماره ۲۶ قید شده است. شار بهنجار محاسبه شده از

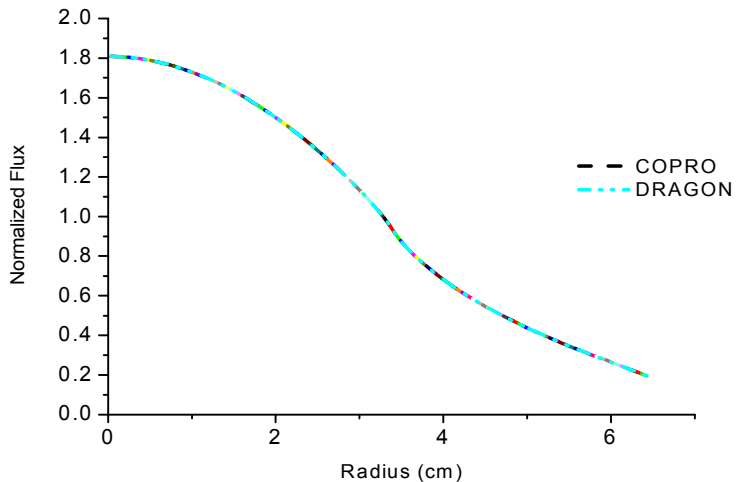
روش دوم و مقایسه آن با نتایج کد DRAGON در شکل ۵۲ آورده شده است. درصد اختلاف شار بهنجار شده در شکل ۵۳ رسم شده است.

جدول شماره ۲۵: مشخصات آزمون استوانه دو ناحیه‌ای و یک گروهی

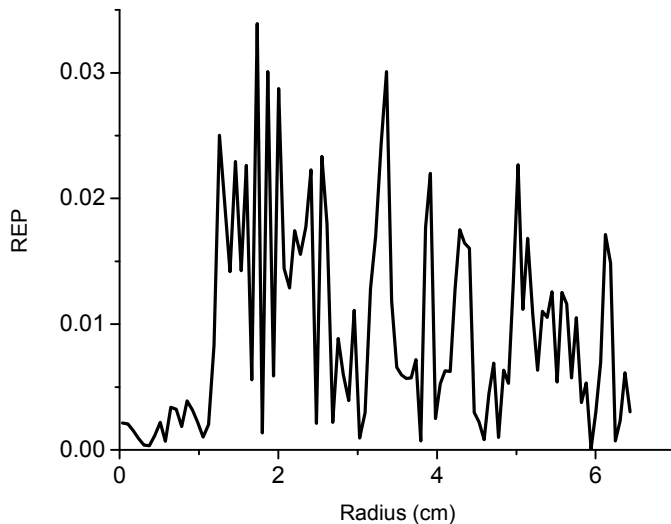
Material	$\Sigma_t (cm^{-1})$	$\Sigma_s (cm^{-1})$	$v\Sigma_f (cm^{-1})$
Pu-239	0.32640	0.225216	0.231744
H2O	0.32640	0.293760	0.0

جدول شماره ۲۶: ضریب تکثیر موثر محاسبه شده

No. Elements	10-10	50-50	100-100
First Method: 8	0.9980	0.99992	1.00003
Error (PCM)	200	8	3
Second Method: 2	0.9980716	0.9999254	0.9999843
Error (PCM)	192	7.46	1.57

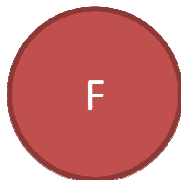


شکل ۵۲: شار بهنجار شده دو ناحیه‌ای



شکل ۵۳: درصد خطای نسبی شار بهنجار شده

۱۲-۳- آزمون سوم: استوانه بحرانی یک بعدی سه گروهی



شکل ۵۴: سوخت استوانه‌ای در آزمون سه گروهی

یک استوانه برهنه با شعاع $5/71$ سانتی‌متر که مشخصات آن در جدول شماره ۲۷ قید شده است. نتایج محاسبات بحرانیت با احتساب بازه‌های محاسباتی مختلف با کد DRAGON مقایسه و ضریب تکثیر محاسبه شده در جدول شماره ۲۸ قید شده است. همچنین نتایج مرز بازتابنده کامل مورد بررسی قرار گرفته است که نتایج دارای تطابق خوبی با مرجع ۱۰ است (جدول شماره ۲۹).

جدول شماره ۲۷: سطح مقطع‌های راکتور همگن سه گروهی

Group	Σ_t	$\Sigma_{sg \leftarrow g}$	$\Sigma_{sg+1 \leftarrow g}$	$\Sigma_{sg+2 \leftarrow g}$	$v\Sigma_f$	χ
1	0.24	0.024	0.171	0.033	0.018	0.96
2	0.975	0.6	0.275	0.0	0.15	0.04
3	3.1	2.0	0.0	0.0	1.8	0.0

جدول شماره ۲۸: ضریب تکثیر موثر محاسبه شده

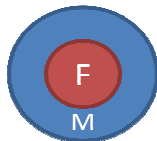
No. Elements	10	50	100
First Method: 8	0.9873	0.9987	0.99919
Error (%)	1.27	0.13	0.081
Second Method: 2	0.9874378	0.9987868	0.999236
Error (%)	1.25	0.121	0.0764

جدول شماره ۲۹: نتایج بدست آمده با شرط بازتابندگی کامل

	ضریب تکثیر بی‌نهایت	φ_2 / φ_1	φ_3 / φ_1	φ_3 / φ_2
Analytic [10]	1.6000	0.480	0.150	0.31250
COPRO	1.6000	0.480	0.150	0.31250

۱۲-۴ - آزمون چهارم: استوانه برهنه چهار گروهی دو ناحیه‌ای

در این آزمون، یک مسئله چهار گروهی مورد بررسی قرار گرفته است. قلب راکتور از دو ناحیه سوخت (F) و کند کننده (M) تشکیل شده است. مشخصات نوترونی این دو ناحیه در جدول شماره ۳۰ آمده است.



شکل ۵۵: مشخصات هندسی راکتور چهار گروهی

جدول شماره ۳۰: سطح مقطع‌های مربوط به آزمون چهار گروهی

$v\Sigma_f(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg+1\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	ماده	گروه
۰/۰۰۹۵۷۲	۰/۰۸۳۰۰۴	۰/۰۶۶۲۰۶۸۳۹	۰/۱۵۴۱۵۶۸۳۹	سوخت	گروه اول
۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۹۴۱۳۵	۰/۰۰۹۰۴۵	۰/۱۰۳۱۸	کند کننده	
۰/۰۰۱۱۹۳	۰/۰۵۸۴	۰/۲۴۵۴۹۹۰۵۷	۰/۳۰۶۷۳۹۰۵۷	سوخت	گروه دوم
۰/۰۰۰۰۰	۰/۱۳۵۳۴	۰/۲۱۷۰۸	۰/۳۵۲۴۲	کند کننده	
۰/۰۱۷۶۸	۰/۰۶۴۵۳	۰/۴۳۲۵۳۳۱۲	۰/۵۲۷۵۹۳۱۲	سوخت	گروه سوم
۰/۰۰۰۰۰	۰/۱۳۸۶۹	۰/۴۱۴۵۶۲۵	۰/۵۵۴۴۲۵	کند کننده	
۰/۱۸۵۱۴	۰/۰۰۰۰۰	۰/۸۱۹۸۲۲۲۷۹	۰/۹۴۰۸۲۲۲۲۷۹	سوخت	گروه چهارم
۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰	۲/۲۷۹۰۰۵	۲/۲۹۸۱	کند کننده	
۰/۰	۰/۰	۰/۴۲۵	۰/۵۷۵	سوخت	طیف شکافت

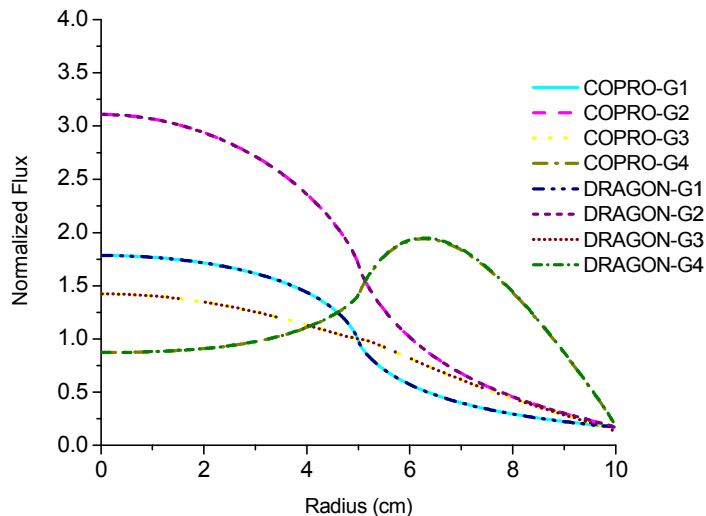
شار بهنجار محاسبه شده و درصد اختلاف آن، از روش اول و دوم و همچنین مقایسه آن با نتایج کد DRAGON در شکل‌های ۵۶ الی ۵۹ آورده شده است.

جدول شماره ۳۱: ضریب تکثیر محاسبه شده توسط روش اول

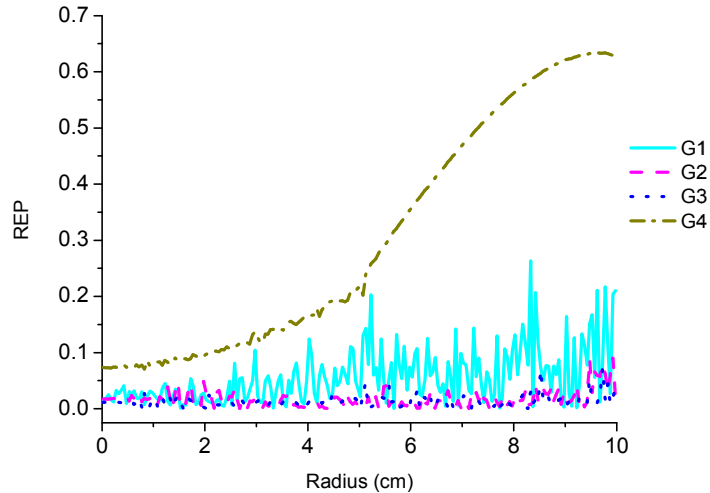
No. Elements	10-10	50-50	100-100
COPRO: 8	0.38898	0.394312	0.394432
Dragon	0.38911	0.394732	0.394910
Error (PCM)	33	106	102
Error (PCM) Dragon 100-100	1500	150	102

جدول شماره ۳۲: ضریب تکثیر محاسبه شده توسط روش دوم

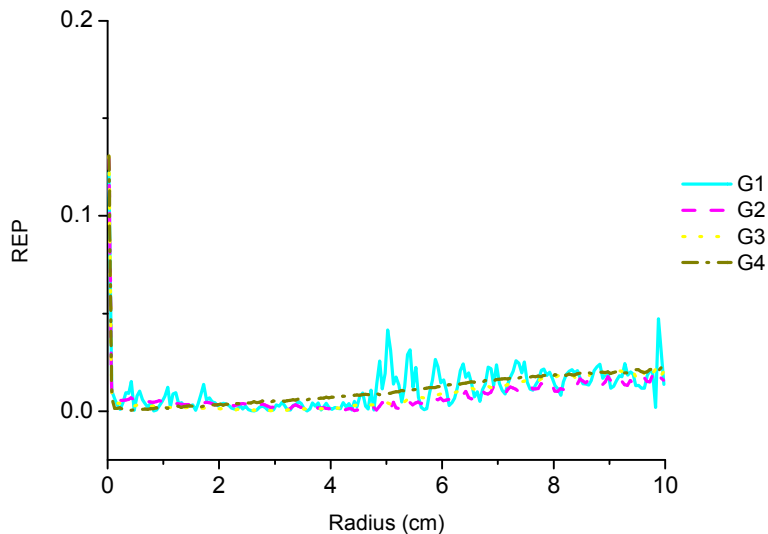
No. Elements	10-10	50-50	100-100
COPRO: 8	0.3891764	0.3947016	0.3948668
Dragon	0.38911	0.394732	0.394910
Error (PCM)	17	7.7	11
Error (PCM) Dragon 100-100	1450	52	11



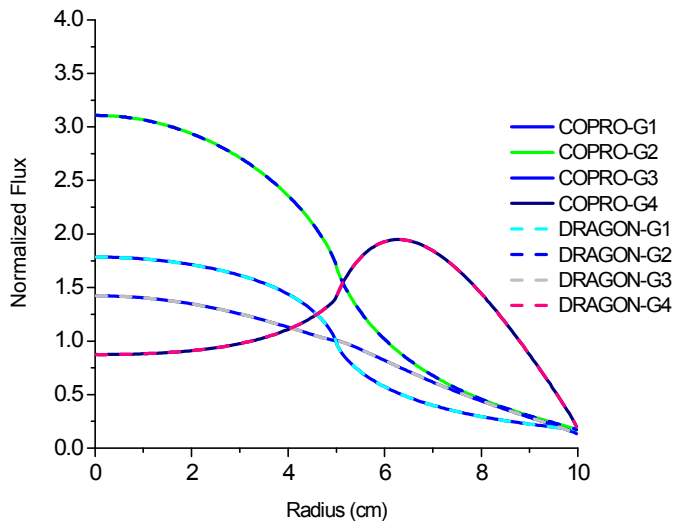
شکل ۵۶: شار بهنجار شده آزمون دو ناحیه‌ای و چهار گروهی محاسبه شده توسط روش اول



شکل ۵۷: درصد خطای نسبی شار بهنجار شده توسط روش اول با کد DRAGON



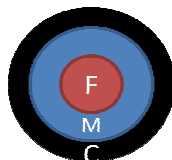
شکل ۵۸: درصد خطای نسبی شار بهنجار شده توسط روش دوم با کد DRAGON



شکل ۵۹: شار بهنجار شده آزمون دو ناحیه‌ای و چهار گروهی محاسبه شده توسط روش اول

۱۲-۵- آزمون پنجم: قلب سه ناحیه‌ای دو گروهی

این آزمون از مرجع ۹ استخراج شده و به حالت استوانه‌ای تعمیم داده شده است. این آزمون متشکل از سه ناحیه بازتابنده به شعاع ۱ سانتی‌متر، سوخت به شعاع ۱۰ سانتی‌متر و میله کنترل به شعاع ۰/۵ سانتی‌متر است. هندسه آزمون مورد بررسی در شکل ۶۰ آمده است. شرط مرزی خلاء و با مشخصات نوترونی دو گروه انرژی است. سطح مقطع‌های دو گروهی این سامانه در جدول شماره ۳۳ قید شده است.

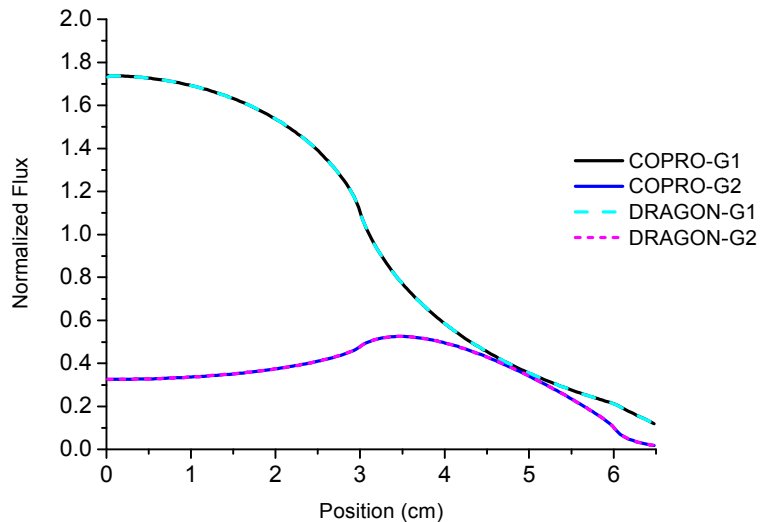


شکل ۶۰: مشخصات هندسی رآکتور

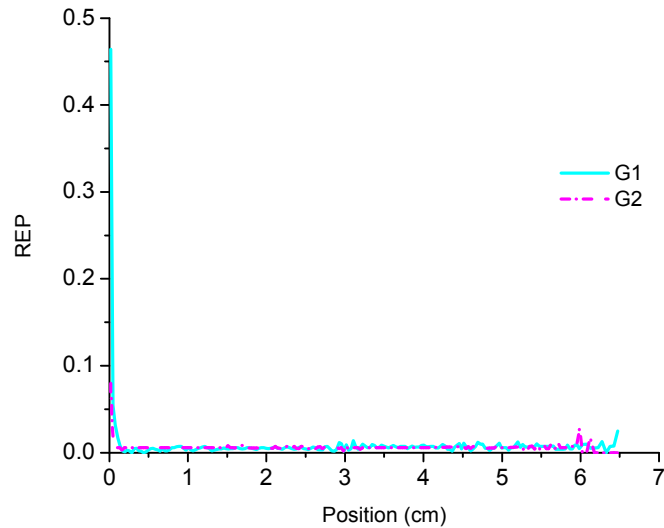
جدول شماره ۳۳: سطح مقطع آزمون فوق

χ	$\Sigma_{sg+1\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg\leftarrow g}(cm^{-1})$	$v\Sigma_f(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	ماده	داده
1.0	0.01	0.27	0.00	0.30	سوخت	گروه اول
0.0	0.00	0.60	0.00	0.80	میله کنترل	
0.0	0.08	0.32	0.00	0.401	بازتابنده	
0.0	0.00	0.90	0.12	1.00	سوخت	گروه دوم
0.0	0.00	0.10	0.00	2.00	میله کنترل	
0.0	0.00	1.29	0.00	1.30	بازتابنده	

شار محاسبه شده توسط روش دوم در شکل ۶۱ و درصد خطای نسبی آن در شکل ۶۲ آورده شده است.



شکل ۶۱: شار بهنجار شده دو گروهی



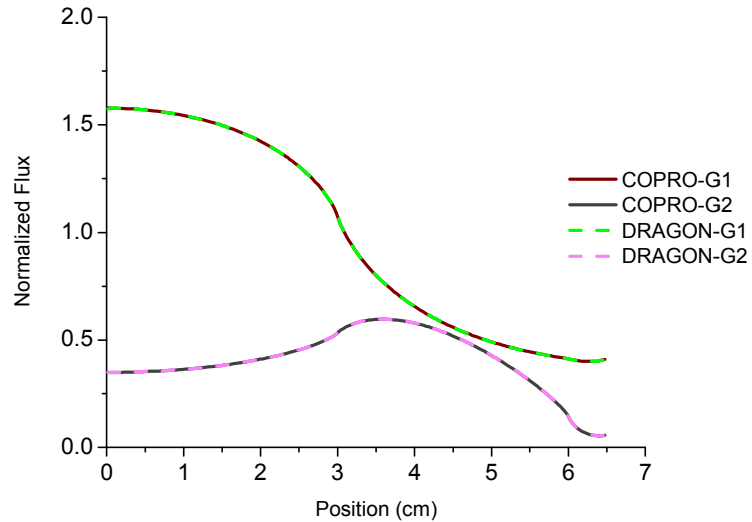
شکل ۶۲: درصد اختلاف نسبی شار گروهی بین COPRO و کد DRAGON

ضریب تکثیر سیستم در مقایسه با کد DRAGON در جدول شماره ۳۴ آمده است.

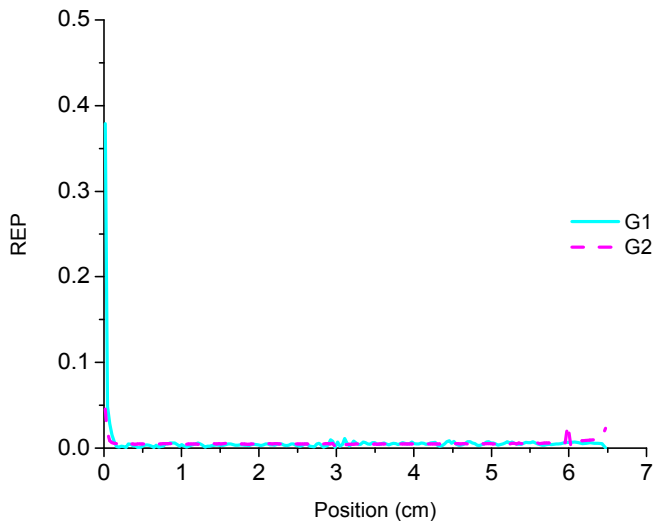
جدول شماره ۳۴: مقادیر ضریب تکثیر موثر

No. Mesh	10-10-10	50-50-50	100-100-10
COPRO: 2	0.1581122	0.1600556	0.1601151
Dragon:2	0.158065	0.160053	0.160114
Error (PCM)	29.8	1.62	0.68
Error (PCM) 100-100-10	1250	36.47	0.68

این آزمون برای حالت بدون میله کنترل مورد بررسی قرار گرفته و نتایج در جدول شماره ۳۵ آمده و همچنین شار دو گروهی سیستم در شکل ۶۳ و میزان خطای نسبی آن در مقایسه با کد DRAGON در شکل ۶۴ آورده شده است.



شکل ۶۳: شار بهنجار شده دو گروهی



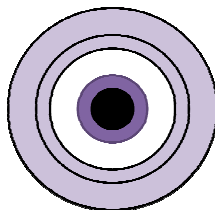
شکل ۶۴: درصد اختلاف نسبی شار گروهی بین COPRO و کد DRAGON

جدول شماره ۳۵: مقادیر ضریب تکثیر موثر

No. Elements	10-10-10	50-50-50	100-100-10
COPRO:2	0.2121037	0.2142901	0.2143612
Dragon:2	0.212079	0.214288	0.214361
Error (PCM)	11.6	0.97	0.093
Error (PCM) 100-100-10	1053	33	0.093

۱۲-۶- آزمون ششم: آزمون REED

در قسمت قبل، صحت محاسبات انجام شده در محیط تکثیرپذیر مورد تأیید قرار گرفت. در این بخش برای راستی آزمایی محاسبات چشمه ثابت این آزمون در نظر گرفته شده است. وجود نواحی جاذب کامل، خلاء و سایر نواحی در این تست بر اعتبار آن افزوده است. شکل ۶۵، نواحی مختلف و ضخامت آن‌ها را نشان می‌دهد. همچنین، مشخصات نواحی مختلف در جدول شماره ۳۶ داده شده است.

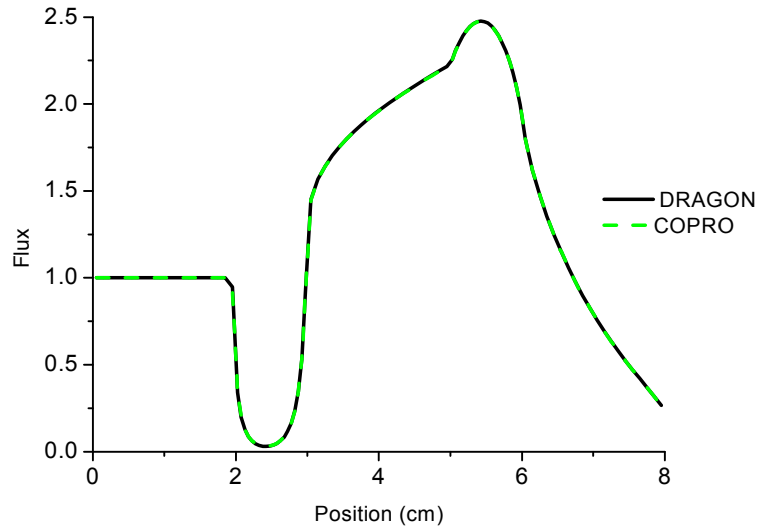


شکل ۶۵: نواحی مختلف استفاده شده در تست خلاء

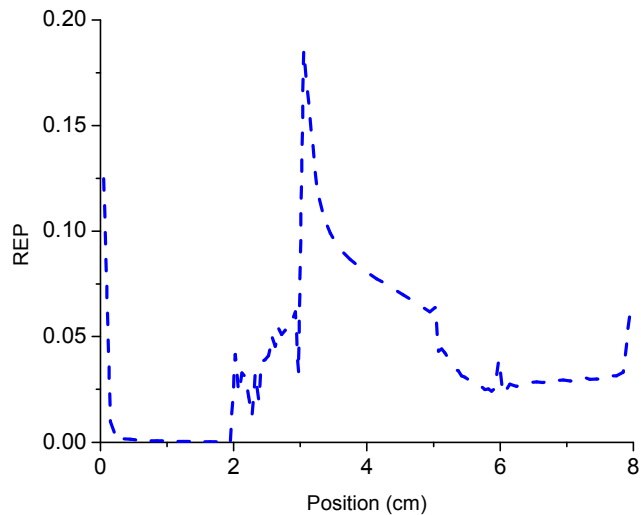
جدول شماره ۳۶: مشخصات نواحی مختلف استفاده شده در تست خلاء

قدرت چشمه	$\Sigma_t (cm^{-1})$	$\Sigma_s (cm^{-1})$	طول (سانتیمتر)	ناحیه
۵۰/۱	۵۰/۰	۰/۰	۲/۰	۱
۰/۰	۵/۰	۰/۰	۱/۰	۲
۰/۰	$۱۰^{-۶}$	۰/۰	۲/۰	۳
۱/۰	۱/۰	۰/۹	۱/۰	۴
۰/۰	۱/۰	۰/۹	۲/۰	۵

محاسبات چشمه ثابت برای این محیط با استفاده از کد نوشته شده انجام شده است. نتایج حاصل با نتایج کد DRAGON مقایسه شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، شار نوترونی در اکثر نقاط تطابق خوبی دارند.



شکل ۶۶: توزیع شار حاصل از کد DRAGON و COPRO



شکل ۶۷: توزیع درصد خطای نسبی در محیط

۱۳- نتیجه گیری

جهت انجام محاسبات سلولی و تولید سطح مقطع‌های همگن در تعداد گروه‌های دلخواه بایستی معادله ترابرد حل گردد. در فرایند فشرده‌سازی این محاسبات، شار در یک سلول سوخت مشتمل بر سوخت و خنک کننده اطراف آن محاسبه می‌شود و با استفاده از طیف بدست آمده فرایند چگالش انجام می‌گردد.

در این گزارش مراحل انجام این محاسبات با استفاده از روش احتمال برخورد برای محیط‌های مختلف با هندسه تیغه‌ای و استوانه یک بعدی شرح داده شد. نتایج حاصل از کد توسعه داده شده با استفاده از پاسخ تحلیلی و کد DRAGON و MCNP راستی‌آزمایی شده است. پاسخ‌های حاصل، تطابق بسیار خوبی دارند، که نشانگر صحت نتایج و اعتبار روش احتمال برخورد و کد نوشته شده در چند گروه- چند ناحیه است.

۱۴- مراجع

1. Cacuci ,D.G., (2009). Handbook of Nuclear Engineering, Springer.
2. Slater . S.M., (1997). Parallel Solutions of the Neutron Transport Equation in Two- and Three-Dimensions by the Collision Probability Method, Ph.D dissertation, University of California at Berkeley, USA.
3. Keller, A. (1994). Collision probability method for one-dimensional space-time nuclear reactor kinetics. Ph.D dissertation, University of Michigan, USA.
4. Stammler, A. (1983). Methods of Steady-State Reactor Physics in Nuclear Design.
5. Marleau, G., (2001). Collision Probability Calculations. DRAGON THEORY MANUAL, Institut de génie nucléaire, Département de génie mécanique, École Polytechnique de Montréal.
6. Marleau, G., Hébert, A., Roy, R., (2011). A User Guide for DRAGON Version 4. Institut de génie nucléaire, Département de génie mécanique, École Polytechnique de Montréal.

7. De Oliveira, C.R.E., Wood, J., (1984). A Multi-group Finite Element Solution of Neutron Transport Equation-I, (XY Geometry). Ann. Nucl. Energy 11, pp. 229-243.
8. Ackroyd, R.T. et al., (1980). A Finite Element Method for Neutron Transport, Part IV: A Comparison of Some Finite Element Solutions of Two group Benchmark Problems with Conventional Solutions. Ann. Nucl. Energy 7, pp. 335-349.
9. Calceira, A.D., Garcia, R.D.M, (2001). On Criticality calculations in multislabs geometry. Ann. Nucl. Energy 28, pp. 1563-1581.
10. Sood. A et al, (2003). Analytical Benchmark Test Set for Criticality Code Verification. Prog. Nucl. Energy 42, pp. 55-106.