

## کد محاسباتی یک بعدی ترا برد نوترون برای محاسبات گروهی بحرانیته به روش مونت کارلو



### گزارش فنی MC3-1D

بسته ۱۱ - ویرایش ۰ - فروردین ۱۳۹۳

ANC-TEC-TEP-CC-100-00

## فهرست مطالب

- ۱- چکیده ..... ۱۳
- ۲- کلیدواژه ..... ۱۴
- ۳- اختصارات ..... ۱۴
- ۴- مقدمه ..... ۱۵
- ۵- دامنه گزارش ..... ۱۶
- ۶- شبیه‌سازی محاسبات بحرانیته ..... ۱۷

۷- شبیه‌سازی چشمه شکافت ..... ۲۰

۸- فاصله‌ی جهت‌دار تا مرز ناحیه ..... ۲۷

۹- نمونه‌برداری نقطه‌ی برخورد ..... ۳۲

۱۰- شبیه‌سازی فیزیک برخورد ..... ۳۵

۱۱- برآوردکننده‌ها ..... ۶۰

۱۲- برآوردکننده‌ی برخورد ضریب تکثیر موثر ..... ۶۱

۱۳- برآوردکننده‌ی جذب ضریب تکثر موثر ..... ۶۳

- ۱۴- برآورد کننده‌ی طول پیمایش ضریب تکثر موثر ..... ۶۶
- ۱۵- برآورد مقدار متوسط و انحراف معیار ضریب تکثیر ..... ۶۸
- ۱۶- برآورد کننده‌ی طول پیمایش برای شار متوسط حجمی ..... ۷۱
- ۱۷- برآورد کننده‌ی شار متوسط سطحی ..... ۷۸
- ۱۸- برآورد کننده‌ی جریان سطحی ..... ۸۱
- ۱۹- الگوریتم محاسبات بحرانیته با روش تکرار چشمه ..... ۸۷
- ۲۰- اعتبارسنجی ..... ۹۳

۲۱- نتیجه گیری ..... ۱۲۶

۲۲- مراجع ..... ۱۲۷

## لیست شکل‌ها

- شکل ۱: راستای حرکت نوترون ..... ۲۴
- شکل ۲: نمای دو بعدی از سامانه چند ناحیه‌ای ساده قابل تعریف در برنامه ..... ۲۸
- شکل ۳: فاصله‌ی جهت‌دار نوترون با مرز ناحیه در هندسه‌ی تیغه‌ای ..... ۲۹
- شکل ۴: فاصله‌ی جهت‌دار نوترون با مرز ناحیه در هندسه‌ی کروی و استوانه‌ای (نمای برشی) ..... ۳۰
- شکل ۵: نمونه‌برداری نقطه‌ی برخورد و ترابرد نوترون ..... ۳۴
- شکل ۶: راستای حرکت نوترون ورودی به و خروجی از اندرکنش پراکندگی ..... ۴۳
- شکل ۷: نمونه‌ای از تابع توزیع زاویه‌ای که به ازای تمامی مقادیر  $\mu$  مثبت است ..... ۵۳
- شکل ۸: نمونه‌ای از تابع توزیع زاویه‌ای که به ازای برخی مقادیر  $\mu$  منفی است ..... ۵۴
- شکل ۹: نمونه‌هایی از تابع توزیع جایگزین برای تابع توزیع پراکندگی ..... ۵۵

- شکل ۱۰: نمایشی از دو تعبیر مختلف شار اسکالر ..... ۷۲
- شکل ۱۱: روش ثبت شار حجمی برای یک طول پیمایش در سیستم تیغه‌ای، کروی و استوانه‌ای ..... ۷۶
- شکل ۱۲: جریان عبوری از یک سطح ..... ۸۲
- شکل ۱۳: روندنمای محاسبات بحرانیته سامانه چند ناحیه‌ای ساده با سطح مقطع‌های گروهی ..... ۹۲
- شکل ۱۴: سیستم تیغه‌ای پنج ناحیه‌ای با شرط مرزی بازتابنده کامل در سمت چپ و خلاء در سمت راست ..... ۱۰۶
- شکل ۱۵: شار متوسط حجمی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D ..... ۱۱۱
- شکل ۱۶: درصد خطای نسبی شار متوسط حجمی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C ..... ۱۱۲
- شکل ۱۷: شار متوسط سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D ..... ۱۱۳
- شکل ۱۸: درصد خطای نسبی شار متوسط سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C ..... ۱۱۴
- شکل ۱۹: جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D برای بازه زاویه‌ای  $-1.0 \leq \mu < -0.5$  ..... ۱۱۵

شکل ۲۰: درصد خطای نسبی جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C برای بازه زاویه‌ای

۱۱۶ .....  $-1.0 \leq \mu < -0.5$

شکل ۲۱: جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D برای بازه زاویه‌ای  $-0.5 \leq \mu < 0.0$  ..... ۱۱۷

شکل ۲۲: درصد خطای نسبی جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C برای بازه زاویه‌ای

۱۱۸ .....  $-0.5 \leq \mu < 0.0$

شکل ۲۳: جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D برای بازه زاویه‌ای  $0.0 \leq \mu < 0.5$  ..... ۱۱۹

شکل ۲۴: درصد خطای نسبی جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C برای بازه زاویه‌ای

۱۲۰ .....  $0.0 \leq \mu < 0.5$

شکل ۲۵: جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D برای بازه زاویه‌ای  $0.5 \leq \mu < 1.0$  ..... ۱۲۱



شکل ۲۶: درصد خطای نسبی جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C برای بازه زاویه‌ای

۱۲۲ .....  $0.5 \leq \mu < 1.0$

۱۲۳ ..... جریان سطحی کل محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D

۱۲۴ ..... جریان سطحی خالص محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D

## لیست جدول‌ها

- جدول شماره ۱: سطح مقاطع یک گروهی و همسانگرد مربوط به پلوتونیوم ۲۳۹ ..... ۹۳
- جدول شماره ۲: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت پلوتونیوم ۲۳۹- یک گروهی- همسانگرد با مرز خلا ..... ۹۴
- جدول شماره ۳: نتایج شار اسکالر بهنجار شده برای تیغه‌ای از پلوتونیوم ۲۳۹- یک گروهی- همسانگرد با مرز خلا ..... ۹۴
- جدول شماره ۴: سطح مقاطع یک گروهی و همسانگرد مربوط به اورانیوم ۲۳۵ ..... ۹۵
- جدول شماره ۵: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت اورانیوم ۲۳۵- یک گروهی- همسانگرد با مرز خلا ..... ۹۶
- جدول شماره ۶: نتایج شار اسکالر بهنجار شده در تیغه اورانیوم ۲۳۵- یک گروهی- همسانگرد با مرز خلا ..... ۹۶
- جدول شماره ۷: سطح مقاطع دو گروهی و همسانگرد مربوط به پلوتونیوم ۲۳۹ ..... ۹۷
- جدول شماره ۸: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت کره پلوتونیوم ۲۳۹- دو گروهی- همسانگرد با مرز خلا ..... ۹۸
- جدول شماره ۹: نسبت شار گروه ۱ به گروه ۲ برای محیط بینهایت پلوتونیوم ۲۳۹- دو گروهی- همسانگرد ..... ۹۸

- جدول شماره ۱۰: سطح مقاطع دو گروهی ترکیب آب و اورانیوم ۲۳۵ (U25WR) ..... ۹۹
- جدول شماره ۱۱: سطح مقاطع دو گروهی آب ..... ۹۹
- جدول شماره ۱۲: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت سیستم دو ناحیه‌ای تیغه‌ای - دوگروهی - همسانگرد ..... ۱۰۰
- جدول شماره ۱۳: نسبت شار گروه ۱ به گروه ۲ برای محیط بینهایت از جنس ترکیب آب و اورانیوم ۲۳۵ ..... ۱۰۰
- جدول شماره ۱۴: سطح مقاطع شش گروهی اورانیوم ۲۳۵ ..... ۱۰۱
- جدول شماره ۱۵: ضریب تکثیر بی‌نهایت اورانیوم ۲۳۵ - شش گروهی - همسانگرد ..... ۱۰۲
- جدول شماره ۱۶: نسبت شار گروه‌های مختلف برای محیط بینهایت اورانیوم ۲۳۵ - شش گروهی - همسانگرد ..... ۱۰۲
- جدول شماره ۱۷: سطح مقاطع یک گروهی پلوتونیوم ۲۳۹ - ناهمسانگردی مرتبه ۲ - با مرز خلا ..... ۱۰۳
- جدول شماره ۱۸: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت پلوتونیوم ۲۳۹ - یک گروهی - ناهمسانگردی مرتبه ۲ ..... ۱۰۳
- جدول شماره ۱۹: سطح مقاطع دو گروهی اورانیوم ۲۳۵ - ناهمسانگردی مرتبه ۱ - با مرز خلا ..... ۱۰۴

- جدول شماره ۲۰: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت اورانیوم ۲۳۵-دو گروهی - ناهمسانگردی مرتبه ۱ ..... ۱۰۴
- جدول شماره ۲۱: نتایج شار اسکالر بهنجار شده گروه ۱ نسبت به شار سریع در مرکز تیغه اورانیوم ۲۳۵ - دو گروهی - ناهمسانگرد با مرز خلا ..... ۱۰۵
- جدول شماره ۲۲: نتایج شار اسکالر بهنجار شده گروه ۲ نسبت به شار سریع در مرکز در تیغه اورانیوم ۲۳۵ - دو گروهی - ناهمسانگرد با مرز خلا ..... ۱۰۵
- جدول شماره ۲۳: سطح مقاطع ماکروسکوپی ۶ گروهی برلیم با چگالی  $1.8 \text{ gr/Cm}^3$  ..... ۱۰۷
- جدول شماره ۲۴: سطح مقاطع ماکروسکوپی ۶ گروهی برای اورانیوم ۲۳۵ با چگالی  $18.7 \text{ gr/Cm}^3$  ..... ۱۰۸
- جدول شماره ۲۵: سطح مقاطع ماکروسکوپی ۶ گروهی آب با چگالی  $1 \text{ gr/Cm}^3$  ..... ۱۰۹
- جدول شماره ۲۶: مقادیر ضریب تکثیر بدست آمده از کدهای MC3-1D و MCNP4C برای آزمون هشتم ..... ۱۱۰

## ۱- چکیده

در این پروژه با استفاده از مفاهیم روش مونت کارلو در شبیه‌سازی ترابرد نوترون، یک برنامه رایانه‌ای برای انجام محاسبات بحرانیته در سیستم‌هایی یک بعدی به زبان فرترن توسعه داده شده است. این برنامه قادر به محاسبه‌ی ضریب تکثیر موثر، شار متوسط حجمی، شار متوسط سطحی و جریان سطحی همراه با عدم قطعیت آماری آنها در سیستم‌هایی با هندسه لایه‌ای با در نظر گرفتن سطح مقاطع چندگروهی ناهمسانگرد می‌باشد، ناهمسانگردی سطح مقطع پراکندگی بر حسب ممان‌های بسط لژاندر سطح مقطع پراکندگی دریافت می‌شود. هندسه سیستم مورد بررسی می‌تواند چند لایه تیغه یا چند لایه استوانه و یا چند لایه کره هم‌مرکز باشد، سطح مقاطع و چگالی هر لایه یا ناحیه باید همگن و ثابت در نظر گرفته شود. همچنین در این برنامه شرایط مرزی بازتابنده، سفید و خلا قابل اعمال می‌باشد.

## ۲- کلیدواژه

معادله ترابرد نوترون، روش مونت کارلو، مسئله بحرانیته، سطح مقاطع گروهی، پراکندگی ناهمسانگرد، سیستم چند ناحیه‌ای، بازه‌های هم احتمال

## ۳- اختصارات

توضیح	عبارت اختصاری	عبارت
کد محاسباتی یک بعدی ترابرد نوتون برای محاسبات گروهی بحرانیته به روش مونت کارلو	MC3-1D	<u>1-D</u> Neutron Transport Computational Code for Multigroup <u>M</u> onte <u>C</u> arlo <u>C</u> riticality <u>C</u> alculation

## ۴- مقدمه

معادله‌ی ترابرد نوترون، توصیف کننده‌ی رفتار متوسط تعداد زیاد نوترون در یک سیستم می‌باشد، که با استفاده از روش‌های یقینی همراه با در نظر گرفتن ساده‌سازی‌هایی روی هندسه سیستم و گسسته‌سازی فضای فاز قابل حل می‌باشد. اما در روش شبیه‌سازی مونت کارلو، معادله‌ی حاکم بر رفتار متوسط نوترون یا همان معادله‌ی ترابرد حل نمی‌گردد بلکه با توجه به فیزیک حاکم بر ترابرد نوترون، رفتار جمعیت نمونه‌ای از نوترون‌ها در سیستم شبیه‌سازی شده و با استفاده از مفاهیم و برآوردکننده‌های آماری، کمیت‌های مورد نظر در سیستم، محاسبه می‌شوند. در واقع نوترون طی فرآیند ترابرد در محیط، با زنجیره‌ای از رخدادهای تصادفی روبرو می‌باشد، این رخدادهای تصادفی با توجه به فیزیک مسئله، از توابع توزیع خاصی تبعیت می‌کنند.

به طور کلی در شبیه‌سازی ترابرد نوترون به روش مونت کارلو، می‌توان مکان، زاویه و انرژی را به صورت پیوسته در نظر گرفته و از این رو از خطاهای ناشی از گسسته‌سازی اجتناب نمود و همچنین در این روش محدودیت چندانی بر روی تعریف هندسه سیستم وجود ندارد و می‌توان رفتار نوترون را در هندسه‌های خیلی پیچیده شبیه‌سازی نمود. البته در این نسخه از برنامه، برای انجام محاسبات از تقریب گروهی سطح مقاطع استفاده شده و همچنین در تعریف هندسه سیستم محدودیت به تعریف هندسه‌های یک بعدی وجود دارد.

## ۵- دامنه گزارش

این برنامه برای انجام محاسبات بحرانیته در مسائلی با سطح مقاطع گروهی ناهمسانگرد و هندسه‌ی یک بعدی قابل استفاده می‌باشد.



## ۶- شبیه‌سازی محاسبات بحرانیته

برای شبیه‌سازی ترابرد نوترون در سیستم، جمعیت نمونه‌ای از نوترون‌ها در نظر گرفته شده و سرنوشت این جمعیت نمونه در سیستم پیگیری می‌شود، و در حین پیگیری سرنوشت هر نوترون، وقایع مورد نظر ثبت و با استفاده از برآوردکننده‌های آماری، کمیت‌های مطلوب نیز برآورد می‌شوند.

از آنجائیکه محاسبات بحرانیته، در حالت پایه<sup>۱</sup> جمعیت نوترونی در سیستم انجام می‌پذیرد لذا برای شبیه‌سازی این حالت باید نمونه‌ای از جمعیت نوترون در حالت پایه انتخاب شده و سرنوشت آنها شبیه‌سازی شود تا بتوان کمیت‌هایی همچون ضریب تکثیر موثر سیستم، شار نوترونی در حالت پایه و ... را برآورد نمود. از آنجائیکه توزیع جمعیت نوترونی در حالت پایه قبل از انجام محاسبات ناشناخته می‌باشد به نوعی باید این توزیع جمعیتی را در سیستم تولید نمود و بعد از تولید

جمعیت نوترون در حالت پایه با استفاده از برآوردکننده‌های آماری کمیت‌های مطلوب را بدست آورد. در این برنامه از روش تکرار چشمه<sup>۱</sup> برای شبیه‌سازی محاسبات بحرانیته استفاده شده است. در این روش محاسبات به صورت نسلی<sup>۲</sup> انجام می‌شود، تعدادی از نسل‌های اولیه برای رسیدن به حالت پایه توزیع جمعیت نوترونی در سیستم پیگیری می‌شوند و بعد از رسیدن توزیع نوترونی به حالت پایه نسل‌های دیگری که هر کدام به مثابه یک آزمایش یا نمونه از توزیع حالت پایه سیستم می‌باشند پیگیری شده و نتایج مورد نظر از سیستم بحرانی در این نسل‌ها برآورد می‌شود. نسل‌هایی که در آنها توزیع جمعیت نوترونی به حالت پایه نرسیده است نسل‌های غیرفعال نامیده شده و در نتایج متوسط نهایی به حساب

---

۱ Source Iteration

۲ هر نسل شامل نوترون‌هایی می‌باشد که با فرار و یا جذب (شامل شکافت) نوترون‌های موجود در آن به پایان می‌رسد و آن دسته از نوترون‌هایی که از واکنش شکافت تولید شده باشند، چشمه‌های نوترونی نسل بعدی را تشکیل می‌دهند.

نمی آیند. نسل های فعال به نسل هایی گفته می شود که در آنها توزیع جمعیت نوترونی به حالت پایه رسیده است و نتایج نهایی با متوسط گیری از نتایج این نسل ها بدست می آیند.

به طور کلی در این روش یک چشمه ی شکافت اولیه با توزیع مکانی دلخواه در سیستم در نظر گرفته می شود، آنگاه سرنوشت این چشمه ها تا زمان فرار و یا جذب در محیط پیگیری می شود و در حین پیگیری سرنوشت چشمه ها در سیستم با استفاده از برآورکندهایی تعداد نوترون های تولید شده به عنوان چشمه نسل بعدی ذخیره می شود.

پیگیری سرنوشت نوترون از زمان تولدش از یک چشمه شکافت شروع می شود، در اولین گام، راستای حرکت نوترون به طور تصادفی انتخاب شده و سپس نوترون تازه متولد شده بعد طی مسافتی تصادفی در راستای حرکتش در درون سیستم، وارد واکنش شده و یا از سیستم خارج می گردد. در نقطه ی برخورد واکنش جذب و یا پراکندگی رخ می دهد، برخورد پراکندگی ممکن است باعث تغییر در راستای حرکت و گروه انرژی نوترون شده و همچنین برخورد جذب ممکن

است باعث تولید ذرات جدید دیگری شود که در نسل بعد پیگیری می‌شوند و یا حقیقتاً به عمر نوترون خاتمه دهد. این فرآیند تا زمانی که نوترون جذب یا از سیستم خارج شود ادامه پیدا می‌کند. مدت زمان حیات یک نوترون در یک نسل، تاریخچه<sup>۱</sup> نوترون نامیده می‌شود.

## ۷- شبیه‌سازی چشمه شکافت

در هر نسل، نوترون‌ها حیات خود را از چشمه‌ی شکافت آغاز می‌کنند، بنابراین در اولین گام برای شبیه‌سازی ترابرد نوترون باید مکان نوترون، راستای حرکت نوترون و گروه انرژی نوترون خارج شده از چشمه شکافت مشخص شود، برای این کار از توابع توزیع خاصی نمونه‌برداری صورت می‌پذیرد که در ادامه به آنها اشاره می‌شود.

## ۷-۱- وزن چشمه‌ی نوترونی

در محاسبات برای چشمه‌های نوترونی، وزنی در نظر گرفته می‌شود که میزان اثر گذاری هر تاریخچه را در برآوردکننده‌ها معین می‌سازد، این وزن در نسل اول برابر یک لحاظ می‌شود. طبیعتاً تعداد چشمه‌های نوترونی از یک نسل به نسل دیگر دچار تغییر می‌شود و از آنجائیکه شبیه‌سازی هر نسل به مثابه یک آزمایش بوده و شرایط تمامی آزمایش‌ها باید برابر باشد، لذا با تصحیح وزن چشمه‌ها به صورت رابطه‌ی (۷-۱)، وزن کل چشمه‌ها<sup>۱</sup> در هر نسل ثابت نگاه داشته می‌شود.

$$w_p^{i+1} = N_p^i \times w_p^i / N_p^{i+1} \quad (۷-۱)$$

$w_p^i$ : وزن چشمه نوترونی در نسل  $i$  ام

---

۱ تعداد نوترون‌های آغاز کننده در هر نسل ضرب در وزن‌شان

$W_p^{i+1}$ : وزن چشمه نوترونی در نسل  $i + 1$  ام

$N_p^i$ : تعداد چشمه‌های نوترونی در نسل  $i$  ام

$N_p^{i+1}$ : تعداد چشمه‌های نوترونی در نسل  $i + 1$  ام

## ۷-۲- نمونه برداری مکان چشمه

در محاسبات بحرانیت با توجه به شبیه‌سازی ترابرد نوترون در نسل‌های متوالی، توزیع مکانی چشمه در سیستم ثابت نبوده و در هر نسل دچار تغییر می‌شود. از این رو برای آغاز محاسبات در نسل اول، مکان‌های چشمه توسط کاربر به طور دلخواه مشخص و در نسل‌های بعدی مکان چشمه از مکان‌های وقوع شکافت در نسل قبلی بدست می‌آیند.

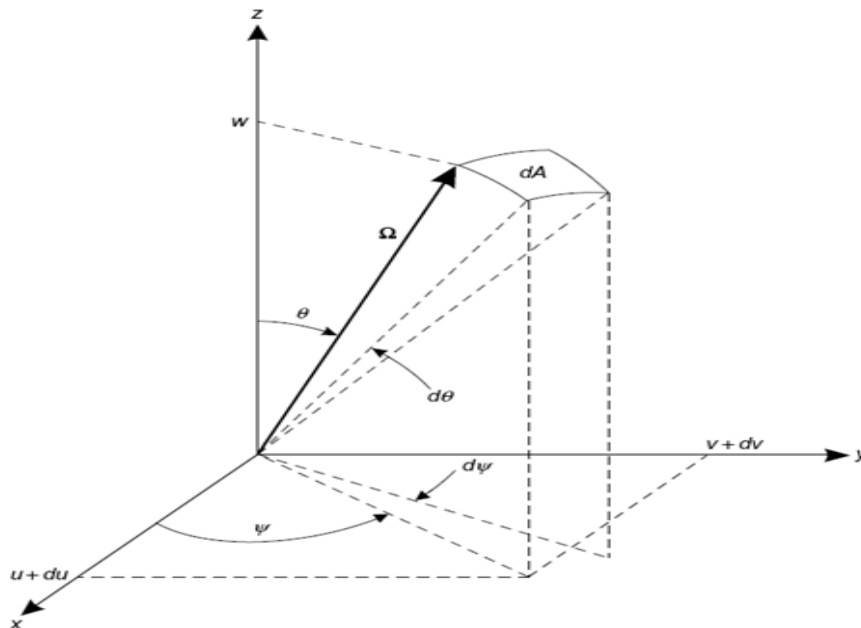
## ۷-۳- نمونه برداری راستای حرکت نوترون

$\Omega$ ، یک بردار واحد و نشان دهنده‌ی راستای حرکت نوترون می‌باشد. این بردار در دستگاه دکارتی به صورت رابطه‌ی (۷-۲) بیان می‌شود.

$$\Omega = i u + j v + k w = i \sin\theta \cos\psi + j \sin\theta \sin\psi + k \cos\theta \quad (۷-۲)$$

$$u = \Omega \cdot i = \cos\psi \sqrt{1 - \mu^2} ; \quad v = \Omega \cdot j = \sin\psi \sqrt{1 - \mu^2} ; \quad w = \Omega \cdot k = \mu$$

در این برنامه از دستگاه مختصات دکارتی برای توصیف حرکت نوترون و همچنین هندسه سیستم استفاده شده است، دلیل این انتخاب عدم تغییر کسینوس‌های هادی ( $u, v, w$ ) نسبت به محورهای مختصات دکارتی در حین حرکت نوترون در جهت  $\Omega$  می‌باشد.



شکل ۱: راستای حرکت نوترون



نوترون‌های چشمه شکافت در چارچوب آزمایشگاه به طور همسانگرد گسیل می‌شوند لذا احتمال اینکه یک نوترون در زاویه‌ی فضایی  $d\Omega$  حول راستای  $\Omega$  گسیل شود به صورت رابطه‌ی (۳-۷) بیان می‌شود.

$$p(\Omega)d\Omega = d\Omega/4\pi = (d\psi/2\pi) (d\mu/2) \quad (3-7)$$

با توجه به رابطه‌ی (۳-۷) تابع توزیع احتمال زاویه سمتی  $\psi$  و تابع توزیع احتمال کسینوس زاویه قطبی  $\mu$  به صورت روابط (۴-۷) می‌باشند.

$$p(\mu) = 1/2 \quad -1 < \mu < 1 \quad ; \quad p(\psi) = 1/2\pi \quad 0 < \psi < 2\pi \quad (4-7)$$

این دو تابع دارای توزیع یکنواخت بوده و با استفاده از دو عدد تصادفی یکنواخت  $\xi_i$  و  $\xi_{i+1}$  توزیع شده بین ۰ و ۱ می‌توان از این توابع به صورت رابطه‌ی (۵-۷) نمونه‌برداری نمود.

$$\mu_i = 2\xi_{i+1} - 1 \quad ; \quad \psi_i = 2\pi\xi_i \quad (5-7)$$

با استفاده از این مقادیر نمونه برداری شده، راستای حرکت نوترون به صورت زیر مشخص می گردد.

$$u = \cos \psi_i \sqrt{1 - \mu_i^2} \quad ; \quad v = \sin \psi_i \sqrt{1 - \mu_i^2} \quad ; \quad w = \mu_i \quad (6-7)$$

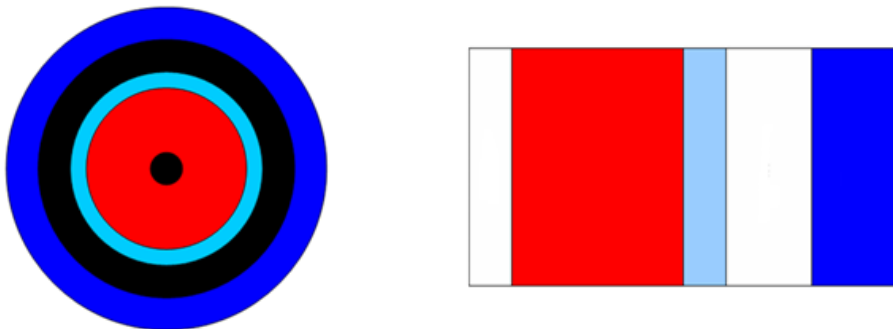
#### ۷-۴- نمونه برداری انرژی چشمه نوترون

در شبیه سازی ترابرد نوترون در قالب گروهی، از طیف گروهی شده ی شکافت نمونه برداری می شود. طیف گروهی، یک تابع توزیع گسسته است و بنابراین با توجه به روش نمونه برداری از توابع توزیع گسسته می توان با استفاده از یک عدد تصادفی یکنواخت در بازه ی صفر و یک ( $\xi$ ) و شرط برقراری رابطه ی (۷-۷)، گروه انرژی چشمه ( $g$ ) مشخص گردد.  $\chi_{g'}^j$  طیف بهنجار شده شکافت در گروه  $g'$  برای ماده شکافت پذیر موجود در ناحیه برخورد ( $j$ ) می باشد.

$$\sum_{g'=1}^{g-1} \chi_{g'}^j < \xi \leq \sum_{g'=1}^g \chi_{g'}^j \quad (7-7)$$

## ۸- فاصله‌ی جهت‌دار تا مرز ناحیه

در این مرحله از شبیه‌سازی با استفاده از شماره ناحیه‌ای که نوترون در آن قرار دارد و با استفاده از راستای حرکت و مکان نوترون، فاصله‌ی نوترون در جهت حرکت آن تا مرز ناحیه ( $d$ ) محاسبه می‌شود. با لحاظ نمودن فاصله‌ی نوترون تا مرز ناحیه به نوعی هندسه‌ی سامانه شبیه‌سازی می‌گردد. در این پروژه با سامانه‌های چند ناحیه‌ای ساده سروکار داریم، سامانه چند ناحیه‌ای ساده، می‌تواند متشکل از چند لایه تیغه‌ای بی‌نهایت یا چند لایه کروی یا استوانه‌ای هم‌مرکز مطابق شکل ۲ باشد. نحوه‌ی محاسبه‌ی فاصله‌ی جهت‌دار در سامانه‌های چند ناحیه‌ای تیغه‌ای، کروی و استوانه‌ای ساده در ادامه بیان می‌شود.

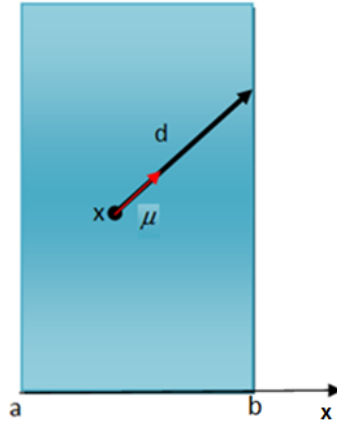


شکل ۲: نمای دو بعدی از سامانه چند ناحیه‌ای ساده قابل تعریف در برنامه

فاصله‌ی جهت‌دار در سامانه تیغه‌ای نشان داده شده در شکل ۳ به صورت رابطه‌ی (۱-۸) بدست می‌آید.

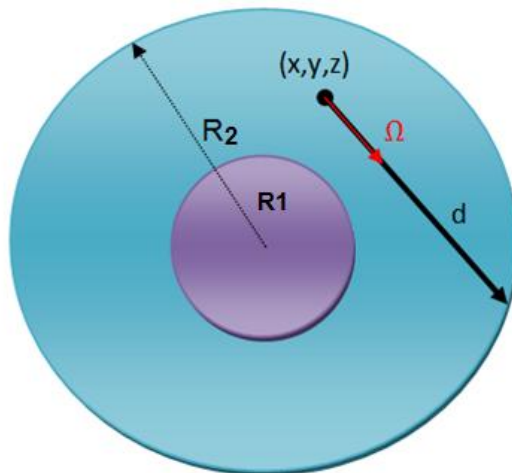
$$d = \frac{b-x}{\mu} \quad \text{if } \mu > 0 ; \quad d = \frac{a-x}{\mu} \quad \text{if } \mu < 0 \quad (1-8)$$

در رابطه‌ی فوق  $a$  و  $b$  مختصات مرز چپ و راست،  $x$  مکان نوترون و  $\mu$  کسینوس زاویه‌ی بین راستای حرکت نوترون و محور  $x$  ها است.



شکل ۳: فاصله‌ی جهت‌دار نوترون با مرز ناحیه در هندسه‌ی تیغه‌ای

فاصله‌ی جهت‌دار در سامانه کروی و استوانه‌ای در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴: فاصله‌ی جهت‌دار نوترون با مرز ناحیه در هندسه‌ی کروی و استوانه‌ای (نمای برشی)

فاصله‌ی جهت‌دار در سامانه‌های کروی و استوانه‌ای به ترتیب برابر با کوچکترین ریشه مثبت معادلات درجه دوم (۲-۸) و (۳-۸) می‌باشد.

$$d^2 + 2d(xu + yv + zw) + (x^2 + y^2 + z^2 - R_i^2) = 0 \quad i = 1, 2 \quad (۲-۸)$$

$$(u^2 + v^2)d^2 + 2d(xu + yv) + (x^2 + y^2 - R_i^2) = 0 \quad i = 1, 2 \quad (۳-۸)$$

در روابط فوق  $R_1, R_2$  شعاع داخلی و بیرونی ناحیه،  $(x, y, z)$  مکان نوترون و  $(u, v, w)$  مؤلفه‌های راستای حرکت نوترون می‌باشند.

## ۹- نمونه برداری نقطه‌ی برخورد

بعد از مشخص شدن ویژگی‌های نوترون گسیل شده از چشمه با توجه به خواص محیط، نقطه‌ی برخورد نوترون نمونه- برداری می‌شود. احتمال اینکه یک نوترون واقع در گروه انرژی  $g$  ام در ناحیه‌ی دارای سطح مقطع ماکروسکوپی کل گروه  $g$  ( $\Sigma_{tg}$ ) در بازه  $ds$  حول فاصله‌ی  $s$  از مکان فعلی خود ( $r_0$ ) برخورد کند، به صورت رابطه‌ی (۱-۹) می‌باشد.

$$f(s)ds = e^{-\Sigma_{tg}s} \Sigma_{tg} ds \quad (1-9)$$

بنابراین فاصله تصادفی‌ای که نوترون درون ناحیه قبل از برخورد طی می‌کند با نمونه‌برداری از تابع توزیع  $f(s)$  به صورت رابطه‌ی (۲-۹) بدست می‌آید. در این رابطه  $\xi$  یک عدد تصادفی یکنواخت در بازه‌ی صفر و یک می‌باشد.

$$S = -\ln(\xi) / \Sigma_{tg} \quad (2-9)$$

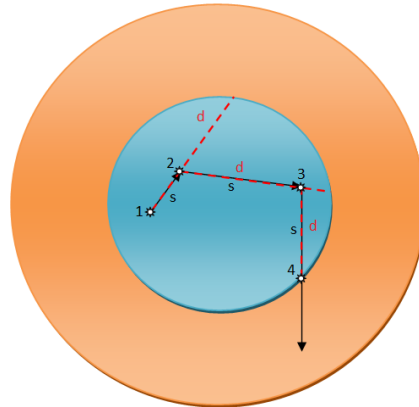


اگر فاصله‌ی نمونه‌برداری شده تا نقطه‌ی برخورد ( $S$ ) از فاصله‌ی جهت‌دار نوترون تا مرز ناحیه جاری ( $d$ ) کوچک‌تر باشد (مانند گام تصادفی ۱-۲ و ۲-۳ در شکل ۵) آنگاه مکان نوترون به نقطه‌ی برخورد منتقل شده و فیزیک برخورد در نقطه-ی برخورد شبیه‌سازی می‌شود. بردار مکان جدید نوترونی که از مکان  $r_0$  در راستای  $\Omega$  مسافت  $S$  را طی کرده با رابطه‌ی (۳-۹) بدست می‌آید.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + S\Omega ; x = x_0 + Su , y = y_0 + Sv , z = z_0 + Sw \quad (3-9)$$

اما اگر  $S$  از فاصله‌ی جهت‌دار نوترون تا مرز ناحیه جاری بزرگ‌تر باشد (مانند گام تصادفی ۳-۴ در شکل ۵، البته نقطه‌ی ۴ در حالت اصلاح شده نشان داده شده است) آنگاه مکان نوترون به روی انتقال داده می‌شود ( $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + d\Omega$ ) اما در این نقطه، فیزیک برخورد مدل نمی‌شود و شماره‌ی ناحیه به شماره‌ی ناحیه‌ی که نوترون وارد آن خواهد شد تغییر می‌-

کند و سپس با استفاده از سطح مقطع ناحیه جدید، مجدداً فاصله از مکان جدید نوترون تا نقطه‌ی برخورد در همان راستای قبلی در ناحیه جدید نمونه‌برداری می‌شود. این کار تا زمانی که برخورد رخ دهد ادامه می‌یابد.



شکل ۵: نمونه‌برداری نقطه‌ی برخورد و ترابرد نوترون

## ۱۰- شبیه‌سازی فیزیک برخورد

بعد از انتقال نوترون به نقطه‌ی برخورد، با توجه به سطح مقاطع مواد موجود در نقطه‌ی برخورد، نوع اندرکنش نوترون نمونه‌برداری می‌شود. اما همانطور که در ادامه اشاره می‌شود، در محاسبات بحرانیته لزومی به شبیه‌سازی تمامی اندرکنش‌ها به طور مجزا وجود ندارد.

اندرکنش جذب به واکنشی اطلاق می‌شود که نوترون فرودی نابود شده و ترابرد محصول واکنش در نسل جاری بی-اهمیت باشد. در محاسبات بحرانیته، اندرکنش شکافت به منزله جذب عمل می‌کند و در صورت وقوع شکافت، صرفاً اطلاعات نوترون‌های حاصل از شکافت برای ترابرد در نسل بعد ذخیره می‌شود، بنابراین می‌توان جذب پرتوزا و شکافت را به صورت یک واکنش جذب با سطح مقطع  $\Sigma_{ag} = \Sigma_{fg} + \Sigma_{\gamma g}$  شبیه‌سازی نمود. همچنین از آنجایی که کشسان و یا

ناکشسان بودن پراکندگی تأثیری بر ماهیت نوترون خروجی ندارد لذا می توان این دو نوع پراکندگی را در قالب یک سطح مقطع شبیه سازی نمود.

### ۱-۱۰- شبیه سازی اندرکنش شکافت

اگر در نقطه‌ی برخورد، محیط شکافت پذیر باشد، اندرکنش شکافت با احتمال  $\Sigma_{fg}/\Sigma_{tg}$  رخ می دهد و تاریخچه نوترون در نسل جاری خاتمه یافته و تعداد نوترون های حاصل از این شکافت که به عنوان بخشی از چشمه های نوترونی نسل بعد می باشند، با توجه به پارامتر  $\nu_g$  مربوط به گروه انرژی نوترون فرودی محاسبه می شوند، البته در محاسبات بحرانیته برای کنترل جمعیت نوترونی این پارامتر بصورت  $(\nu_g/K)$  بکار می رود. از آنجائیکه در شبیه سازی مونت کارلو تعداد نوترون های حاصل از شکافت باید یک عدد صحیح باشد، با استفاده از رابطه زیر می توان بدون ایجاد خطا، تعداد آن را بصورت صحیح

تعیین نمود:

$$n = \left[ v_g / K + \xi \right]$$

در این رابطه  $\xi$  یک عدد تصادفی بین صفر و یک می باشد، این عدد تصادفی باعث می شود تا بدون تغییر در نتایج چشم-داشتی، تعداد نوترون های شکافت در هر برخورد به یک عدد صحیح گرد شود.

اما در عمل برای کاهش واریانس و پخش بهتر چشمه های شکافت، واکنش شکافت به طور مجزا نمونه برداری نمی شود بلکه در قالب واکنش جذب نمونه برداری می شود و برای تولید چشمه های شکافت نسل بعد، در هر نقطه برخورد طبق رابطه ی (۱۰-۱) تعداد متوسط نوترون های حاصل از شکافت نمونه برداری و ذخیره می شوند.

$$n_c = \left[ \frac{w_v g \Sigma_f g}{K \Sigma_t} + \xi \right] \quad n_i = \sum n_c \quad (1-10)$$

در این رابطه  $n_c$  برابر با تعداد نوترون‌های شکافت تولید شده در برخورد  $c$  ام تاریخچه  $i$  ام و  $n_i$  برابر با کل نوترون‌های شکافت تولید شده در طول حیات تاریخچه  $i$  ام می‌باشد. در این رابطه  $K$  ویژه مقدار نسل قبلی (برای نسل اول یک حدس اولیه استفاده می‌شود) می‌باشد.

### ۱۰-۲- شبیه‌سازی اندرکنش جذب

در این برنامه شبیه‌سازی اندرکنش جذب به دو روش امکان پذیر می‌باشد. در هر دو روش مقدار متوسط جذب به درستی شبیه‌سازی شده و هیچ بایاس یا خطایی در نتایج ایجاد نمی‌گردد.

۱۰-۲-۱- جذب صریح<sup>۱</sup>

در شبیه‌سازی جذب به صورت صریح، فیزیک واقعی جذب شبیه‌سازی می‌شود و در صورت وقوع اندرکنش جذب، نوترون نابود می‌شود. در این روش نوع اندرکنش (جذب یا پراکندگی) نوترون با توجه به تابع توزیع احتمال گسسته بدست آمده از سطح مقطع جذب و پراکندگی کل شبیه‌سازی می‌گردد. در واقع این کار با استفاده از روش نمونه‌برداری از توابع توزیع گسسته به صورت زیر انجام می‌شود.

$$\xi \leq \frac{\Sigma_{ag}}{\Sigma_{tg}} \rightarrow \text{اندرکنش جذب} \quad ; \quad \frac{\Sigma_{ag}}{\Sigma_{tg}} < \xi \leq 1 \rightarrow \text{اندرکنش پراکندگی} \quad (2-10)$$

اگر نوع واکنش جذب باشد، تاریخچه‌ی نوترون پایان می‌پذیرد و اگر پراکندگی رخ دهد، راستای حرکت و گروه انرژی جدید نوترون از توابع توزیع متناظرشان نمونه‌برداری می‌شوند.

۱۰-۲-۲- جذب ضمنی<sup>۱</sup>

در این روش شبیه‌سازی، در نقطه برخورد وزن نوترون به صورت رابطه‌ی (۱۰-۳) کاهش یافته و نوترون پراکنده می‌شود. به عبارت دیگر در این روش برای تعیین نوع اندرکنش نمونه‌برداری صورت نمی‌پذیرد بلکه نوترون قطعاً با وزنی کاهش یافته پراکنده می‌شود.

$$W_n' = \left(1 - \frac{\sigma_a}{\sigma_T}\right) W_n \quad (3-10)$$



از آنجائیکه در این روش شبیه‌سازی، نوترون در طول یک تاریخچه از طریق جذب نابود نمی‌شود بلکه صرفاً وزنش کاهش می‌یابد، لذا زمان زیادی صرف دنبال کردن نوترون‌هایی با وزن کم می‌شود که در اندازه‌گیری اثر کمی دارند. استفاده از چرخک روسی<sup>۱</sup> یک روش کاهش واریانس برای برطرف نمودن این مشکل می‌باشد. در این روش هرگاه وزن نوترون کمتر از یک مقدار آستانه<sup>۲</sup> ( $w_{\min}$ ) گردد، نوترون به اصطلاح وارد بازی چرخک روسی به صورت زیر می‌شود:

- یک مقدار بین صفر و یک ( $0 < R < 1$ ) برای پارامتر چرخک ( $R$ ) اختیار می‌شود. (مقدار  $R = 0.5$  بسیار مناسب است)
- یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه صفر و یک ( $\xi$ ) تولید می‌شود.
- اگر  $R < \xi$  باشد، نوترون نابود می‌شود ( $w' = 0$ ).

---

Russian roulette ۱

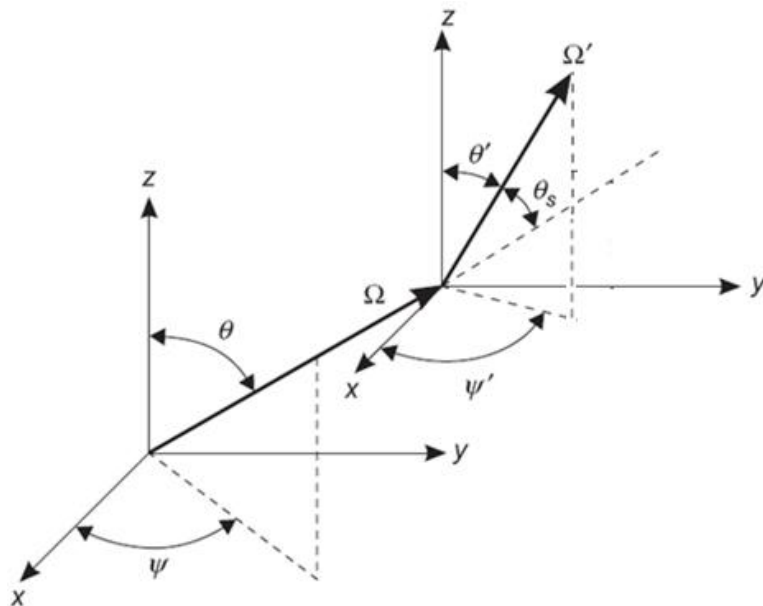
Wight CutOff ۲

- در غیر این صورت، وزن نوترون به مقدار  $(w' = \frac{w}{1-R})$  افزایش یافته و نوترون به حیات خود ادامه می‌دهد.

### ۱۰-۳- شبیه‌سازی واکنش پراکندگی

در واکنش پراکندگی، نوترون خروجی (در اینجا فرض می‌شود که تعداد نوترون‌های خارج شده از اندرکنش پراکندگی همواره یک نوترون می‌باشد و اثر تعداد در مقدار سطح مقطع لحاظ شده است) از اندرکنش می‌تواند انرژی و جهتی متفاوت با نوترون فرودی داشته باشد که با توجه به سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی تعیین می‌شود.

در واکنش پراکندگی، نوترون فرودی با راستای اولیه‌ی  $(\Omega)$  وارد واکنش شده و یک نوترون خروجی با راستای  $(\Omega')$  خارج می‌شود. در این مرحله باید کسینوس‌های هادی  $(u', v', w')$  راستای حرکت نوترون خروجی  $\Omega'$  برای ادامه ترابرد مشخص شود. راستای حرکت نوترون ورودی به و خروجی از پراکندگی در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶: راستای حرکت نوترون ورودی به و خروجی از اندرکنش پراکندگی

در شکل فوق  $\theta$  و  $\psi$  زوایای قطبی و سمتی نوترون قبل از پراکندگی،  $\theta'$  و  $\psi'$  زوایای قطبی و سمتی نوترون خروجی و همچنین  $\theta_s$  زاویه بین راستای حرکت نوترون ورودی و خروجی می‌باشند. نوترون خروجی نسبت به بردار  $\Omega$  تحت زاویه  $\theta_s$  پراکنده می‌شود، ضمناً زاویه‌ی سمتی  $\psi_s$  نوترون خروجی، زاویه بین تصویر بردار  $\Omega'$  در صفحه عمود بر بردار  $\Omega$  و یک محور دلخواه در آن صفحه می‌باشد. این زاویه با توجه به همسانگردی زاویه سمتی به طور یکنواخت بین  $0$  و  $2\pi$  توزیع شده است.

کسینوس‌های هادی راستای حرکت نوترون فرودی و کسینوس زاویه‌ی پراکندگی عبارتند از:

$$\sin \theta = \sqrt{1 - w^2} ; u = \sin \theta \cos \psi ; v = \sin \theta \sin \psi ; w = \mu_s = \cos \theta_s \quad (4-10)$$

رابطه‌ی بین کسینوس‌های هادی راستای حرکت نوترون فرودی و نوترون خروجی با روابط (4-10) بیان می‌شوند.

$$u' = u \mu_s + \sqrt{1 - \mu_s^2} (w u \cos \psi_s - v \sin \psi_s) / \sqrt{1 - w^2}$$

$$v' = v \mu_s + \sqrt{1 - \mu_s^2} (w v \cos \psi_s + u \sin \psi_s) / \sqrt{1 - w^2} \quad (5-10)$$

$$w' = w \mu_s - \sqrt{1 - w^2} \sqrt{1 - \mu_s^2} \cos \psi_s$$

نتایج بدست آمده در اکثر موارد برای محاسبه کسینوس‌های هادی کافی می‌باشند. با این حال در مواردی که بردار جهت،  $\Omega$ ، تقریباً موازی محور z ها باشد ( $w \approx 1$ ) عبارت  $1/\sqrt{1 - w^2}$  ظاهر شده در روابط (5-10) خیلی بزرگ می‌شود و باعث ایجاد خطاهای عددی می‌گردد. بنابراین در مواردی که  $w < 0.9$  باشد از روابط زیر استفاده می‌شود.

$$u' = u \mu_s + \sqrt{1 - \mu_s^2} (v u \cos \psi_s + w \sin \psi_s) / \sqrt{1 - v^2}$$

$$v' = v \mu_s - \sqrt{1 - v^2} \sqrt{1 - \mu_s^2} \cos \psi_s \quad (6-10)$$

$$w' = w \mu_s + \sqrt{1 - \mu_s^2} (w v \cos \psi_s - u \sin \psi_s) / \sqrt{1 - v^2}$$

با توجه به مشخص بودن  $(u, v, w)$ ، برای محاسبه راستای خروج نوترون تنها نیاز به نمونه‌برداری مقادیر  $\sin \psi_s$  و  $\cos \psi_s$  و  $\mu_s$  است. توزیع زاویه سمتی ( $\psi_s$ ) یکنواخت می‌باشد و به سادگی نمونه‌برداری می‌شود اما تابع توزیع  $\mu_s$  از سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی بدست می‌آید که در ادامه به آن اشاره می‌شود.

عموماً قسمت زاویه‌ای سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی در کدهای ترا برد یقینی بر حسب ممان‌های لژاندر تا هر مرتبه دلخواهی ( $L$ ) به صورت رابطه‌ی (۷-۱۰) بسط داده می‌شود.

$$\begin{aligned} \sigma_s(E \rightarrow E', \mu_c) &= \sigma_{s0}(E) P_1(E \rightarrow E') P_2(\mu_c | E \rightarrow E') \\ &= \sigma_{s0}(E) \sum_{l=0}^L \frac{(2l+1)}{2} a_{sl}(E \rightarrow E') P_l(\mu_c) \\ &= \sum_{l=0}^L \frac{(2l+1)}{2} \sigma_{sl}(E \rightarrow E') P_l(\mu_c) \end{aligned} \quad (7-10)$$

در این رابطه داریم:

$$\sigma_{s0}(E): \text{ سطح مقطع پراکندگی.}$$

$\mu_c$ : کسینوس زاویه پراکندگی در دستگاه مرکز جرم.

$$P_1(E \rightarrow E'): \text{ تابع توزیع احتمال پراکندگی از انرژی } E \text{ به } E'.$$

$P_2(\mu_c | E \rightarrow E')$ : تابع توزیع احتمال پراکندگی نوترون با کسینوس پراکندگی  $\mu_c$  به شرطی که نوترون بعد از پراکندگی دارای انرژی  $E'$  شده باشد.

$$P_l: \text{ چند جمله‌ای لژاندر مرتبه‌ی } l.$$

$$a_{sl}: \text{ ضرایب بسط لژاندر.}$$

رابطه‌ی (۸-۱۰) برای محاسبه‌ی مقدار  $\sigma_{sl}$  برقرار است.

$$\sigma_{sl}(E \rightarrow E') = \sigma_{s0}(E) a_{sl}(E \rightarrow E') = \int_{-1}^1 d\mu_c \sigma_s(E \rightarrow E', \mu_c) P_l(\mu_c) \quad (8-10)$$

در تقریب گروهی معادله ترا برد، سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی گروهی  $(\sigma_s^{g \rightarrow g'}(\mu_c))$  به صورت رابطه (۹-۱۰) قابل تفکیک می‌باشد.

$$\begin{aligned} \sigma_s^{g \rightarrow g'}(\mu_c) &= \sigma_{s0}^g P_1^{g \rightarrow g'} P_2^{g \rightarrow g'}(\mu_c) = \sigma_{s0}^g \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{2} a_{sl}^{g \rightarrow g'} P_l(\mu_c) \\ &= \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{2} \sigma_{sl}^{g \rightarrow g'} P_l(\mu_c) \end{aligned} \quad (9-10)$$

$\sigma_s^{g \rightarrow g'}(\mu_c)$ : سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی با کسینوس زاویه‌ی پراکندگی  $\mu_c$  از گروه  $g$  به گروه  $g'$



$\sigma_{s0}^g$ : سطح مقطع پراکندگی برای گروه  $g$ .

$P_1^{g \rightarrow g'}$ : احتمال پراکندگی از گروه  $g$  به گروه  $g'$  که با رابطه‌ی (۱۰-۱۰) تعریف می‌شود.

$$P_1^{g \rightarrow g'} = \sigma_{s,0}^{g \rightarrow g'} / \sum_{k'=1}^G \sigma_{s,0}^{g \rightarrow k'} \quad (10-10)$$

$P_2^{g \rightarrow g'}(\mu_c)$ : احتمال شرطی پراکندگی با کسینوس زاویه پراکندگی  $\mu_c$  (با شرط پراکندگی از گروه  $g$  به گروه  $g'$ ) که به صورت رابطه (۱۱-۱۰) بیان می‌شود.

$$P_2^{g \rightarrow g'}(\mu_c) = \sum_{l=0}^L \frac{(2l+1)}{2} a_l^{g \rightarrow g'} P_l(\mu_c) \quad (11-10)$$

$a_l^{g \rightarrow g'}$ : ضرایب بسط لژاندر که عموماً پراکندگی غیرهمسانگرد به وسیله این ضرایب بیان می‌شود.

$$a_l^{g \rightarrow g'} = \sigma_{S,l}^{g \rightarrow g'} / \sigma_{S,0}^{g \rightarrow g'} \quad (10-12)$$

برای هر پراکندگی گروه به گروه یک توزیع زاویه پراکندگی  $P_2^{g \rightarrow g'}(\mu_c)$  وجود دارد.

در شبیه‌سازی ترابرد نوترون در حالت گروهی، برای هر رخداد پراکندگی در گروه  $g$  دو اقدام صورت می‌پذیرد.

- ابتدا گروه انرژی بعد از پراکندگی از تابع توزیع  $P_1^{g \rightarrow g'}$  (رابطه‌ی (10-10)) نمونه‌برداری می‌شود.
- بعد از مشخص شدن گروه انرژی نوترون پراکنده شده، با توجه به مرتبه‌ی بیان ناهمسانگردی، راستای حرکت نوترون پراکنده شده نمونه‌برداری می‌شود. سه حالت پراکندگی همسانگرد ( $P_0$ )، ناهمسانگرد خطی ( $P_1$ ) و ناهمسانگردی مراتب بالاتر ( $P_n$ ) به صورت زیر شبیه‌سازی می‌شوند.

۱۰-۳-۱- پراکندگی همسانگرد

در حالتی که سطح مقطع پراکندگی صرفاً شامل مرتبه‌ی بسط صفر باشد، پراکندگی در چارچوب آزمایشگاه همسانگرد  $P_0$  در نظر گرفته شده و به طور مستقیم همانند چشمه شکافت، راستای حرکت نوترون خروجی به طور همسانگرد نمونه‌برداری می‌شود.

$$\mu'_i = 2\xi_i - 1 \quad ; \quad \psi'_i = 2\pi\xi_{i+1}$$

$$u' = \sqrt{1 - \mu_i'^2} \cos\psi'_i$$

$$v' = \sqrt{1 - \mu_i'^2} \sin\psi'_i$$

(۱۳-۱۰)

$$w' = \mu'_i$$

در این رابطه  $\xi_i$  و  $\xi_{i+1}$  دو عدد تصادفی یکنواخت توزیع شده بین صفر و یک می‌باشند.

۱۰-۳-۲- پراکندگی ناهمسانگرد خطی

اگر سطح مقطع پراکندگی با مرتبه‌ی ناهمسانگردی  $P_1$  تقریب زده شده باشد، رابطه‌ی (۱۰-۱۱) به صورت تابع توزیع خطی زیر تبدیل می‌شود. در این رابطه  $\bar{\mu}$  برابر با مقدار متوسط کسینوس زاویه پراکندگی می‌باشد.

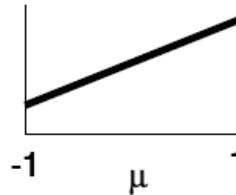
$$P_2^{g \rightarrow g'}(\mu) \cong \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \bar{\mu} \mu \quad ; \quad \bar{\mu} = \frac{\sigma_{1,g \rightarrow g'}}{\sigma_{0,g \rightarrow g'}}$$

نمونه‌برداری کسینوس زاویه پراکندگی از تابع توزیع خطی فوق به صورت زیر انجام می‌شود:

- به ازای مقادیر  $|\bar{\mu}| \leq \frac{1}{3}$ ، تابع توزیع  $P_2^{g \rightarrow g'}(\mu)$  به ازای تمامی مقادیر  $\mu$  مثبت می‌باشد لذا بدون مشکل کسینوس زاویه پراکندگی از رابطه (۱۰-۱۴) بدست می‌آید. در این رابطه  $\xi$  یک عدد تصادفی در بازه‌ی -۱ تا +۱ می‌باشد.

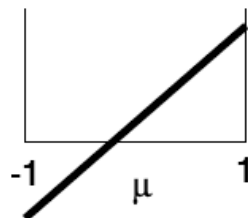
$$\mu = \frac{(\sqrt{1+6\xi\bar{\mu}+(3\bar{\mu})^2}-1)}{3\bar{\mu}}$$

(۱۴-۱۰)



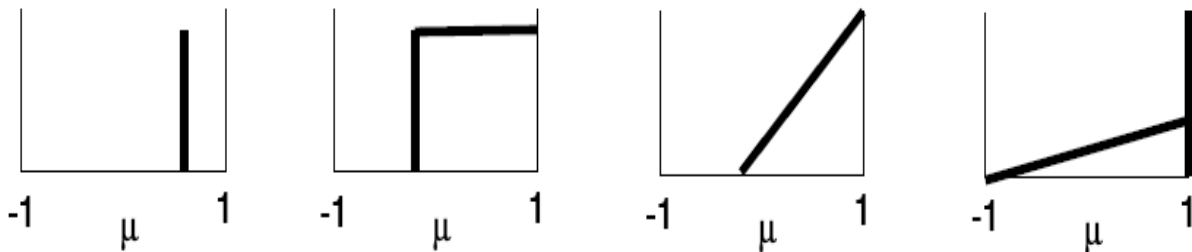
شکل ۷: نمونه‌ای از تابع توزیع زاویه‌ای که به ازای تمامی مقادیر  $\mu$  مثبت است.

- به ازای مقادیر  $|\bar{\mu}| > \frac{1}{3}$ ،  $P_2^{g \rightarrow g'}(\mu)$  به علت وجود خطای برشی در بسط، به ازای مقادیری از  $\mu$  منفی می‌شود که این امر برای تابع توزیع نامطلوب می‌باشد.



شکل ۸: نمونه‌ای از تابع توزیع زاویه‌ای که به ازای برخی مقادیر  $\mu$  منفی است.

یک راه حل برای بهبود این مشکل این است که این تابع توزیع را با یک تابع توزیع دیگر که همواره مثبت می‌باشد و همچنین ممان صفر ( $\sigma_{s0}$  سطح مقطع پراکندگی) و ممان یکم ( $\sigma_{s1} = \sigma_{s0} \bar{\mu}$ ) سطح مقطع پراکندگی فیزیکی را همانند تابع توزیع اصلی به درستی حفظ می‌کند، جایگزین کنیم. توابع نشان داده شده در شکل ۹ می‌توانند شرایط مذکور را ارضا کنند.



شکل ۹: نمونه‌هایی از تابع توزیع جایگزین برای تابع توزیع پراکندگی

در این برنامه شکل دوم از سمت چپ (هیستوگرام تک پله‌ای) به عنوان تابع توزیع جایگزین در نظر گرفته شده است. این تابع توزیع جایگزین دارای خواص زیر می‌باشد.

$$g(\mu) = \begin{cases} \frac{1}{2 + 2\bar{\mu}} & ; -1 \leq \mu \leq 2\bar{\mu} + 1; \bar{\mu} < -\frac{1}{3} \\ 0 & ; 2\bar{\mu} + 1 < \mu \leq 1; \bar{\mu} < -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2 - 2\bar{\mu}} & ; 2\bar{\mu} - 1 \leq \mu \leq 1; \bar{\mu} > \frac{1}{3} \\ 0 & ; -1 \leq \mu < 2\bar{\mu} - 1; \bar{\mu} > \frac{1}{3} \end{cases}$$

با استفاده از یک عدد تصادفی یکنواخت در بازه  $-1$  تا  $+1$  ( $\xi$ ) کسینوس زاویه پراکندگی از رابطه‌ی (۱۰-۱۵) نمونه‌برداری می‌شود.

$$\mu = \xi(1 - |\bar{\mu}|) + \bar{\mu} \quad (10-15)$$

بعد از نمونه‌برداری کسینوس زاویه‌ی پراکندگی، راستای حرکت نوترون با استفاده از رابطه‌ی (۱۰-۵) و یا (۱۰-۶) نمونه‌برداری می‌شود.



۱۰-۳-۳- ناهمسانگردی مرتبه‌ی بالاتر

در مواردی که ناهمسانگردی با مراتب بالاتر از ۱ (حداکثر ۱۴) بیان شده باشد، باید تابع توزیع  $P_2^{g \rightarrow g'}(\mu_c)$  را تشکیل داده و با استفاده از آن کسینوس زاویه پراکندگی نمونه‌برداری شود. اما نمونه‌برداری مستقیم از چنین تابع توزیع پیوسته‌ای کار دشواری است، لذا برای سهولت در نمونه‌برداری کسینوس زاویه پراکندگی، در این برنامه این تابع توزیع به شکل تابع توزیع هیستوگرامی با بازه‌های هم احتمال تبدیل می‌شود.

در این روش تابع توزیع با یک تابع توزیع هیستوگرامی تقریب زده می‌شود. برای این کار بازه مقادیر ممکن  $\mu$ ،  $[-1,+1]$ ، به  $N$  زیربازه هم احتمال تقسیم می‌شود.

$$\int_{-1}^1 P_2^{g \rightarrow g'}(\mu) d\mu = 1$$

$$\frac{k}{N} = \int_{-1}^{\mu_k} P_2^{g \rightarrow g'}(\mu) d\mu \quad k = 1, 2, 3, \dots, N$$

و در هر زیربازه یک تابع توزیع ثابت برابر با  $\frac{1}{N(\mu_k - \mu_{k-1})}$  فرض می‌شود. بنابراین با استفاده از یک عدد تصادفی یکنواخت بین صفر و یک  $\xi$ ، مقدار  $\mu$  به سادگی از رابطه (۱۶-۱۰) از تابع توزیع هیستوگرامی نمونه برداری می‌شود.

$$\frac{i}{N} \leq \xi < \frac{i+1}{N} \Rightarrow \frac{i}{N} + \int_{\mu_i}^{\mu} \frac{d\mu}{N(\mu_{i+1} - \mu_i)} = \xi \Rightarrow \mu = \mu_i + (N\xi - i)(\mu_{i+1} - \mu_i) \quad (16-10)$$

بنابراین در این روش، تنها لازم است یک بار قبل از شروع فرآیند شبیه‌سازی، مقادیر مربوط به محدوده بازه‌ها محاسبه و در حین شبیه‌سازی استفاده شوند.

این روش تقریب خوبی از نمایش نواحی با احتمال زیاد می‌باشد اما تقریب ضعیفی از نواحی کم احتمال است. به عنوان مثال این روش در پراکندگی قویاً رو به جلو، به طور نسبتاً صحیحی پراکندگی رو به جلو را نشان می‌دهد اما ممکن است

تمامی زوایای پراکندگی رو به عقب را تنها با یک یا چند زیربازه اندک نمایش دهد. این روش از سرعت بالایی در نمونه- برداری برخوردار است اما ممکن است جزئیات مربوط به تابع توزیع پراکندگی را همانند حالت ذکر شده به خوبی شبیه- سازی نکند.

البته در استفاده از این تبدیلات نیز باید با دقت رفتار نمود زیرا ممکن است به علت محدود بودن مرتبه بسط، تابع توزیع در کل بازه مثبت نباشد لذا قبل از استفاده از این تبدیلات باید به نوعی مقادیر منفی را حذف نمود، در غیر اینصورت جواب‌هایی با دقت کم بدست خواهد آمد. در برنامه اگر توزیع زاویه‌ای به ازای پراکندگی از یک گروه به گروه خاصی دارای مقدار منفی باشد، بسط تابع توزیع تا مرتبه‌ی یک در نظر گرفته شده و زاویه‌ی پراکندگی از بسط مرتبه‌ی یک نمونه‌برداری می‌شود.

## ۱۱- برآوردکننده‌ها

در شبیه‌سازی ترابرد نوترون ضمن پیگیری حرکات تصادفی نوترون‌ها در درون سیستم، باید اطلاعات مورد نظمان را از شبیه‌سازی استخراج کنیم، که این کار توسط شمارنده‌های<sup>۱</sup> مونت کارلو انجام می‌شود. در هر تاریخچه، رویدادهای مربوط به نوترون همانند برخورد‌ها، اندرکنش‌ها، عبور از مرزها و ... با استفاده از شمارشگرهایی قابل اندازه‌گیری می‌باشند. معمولاً در شبیه‌سازی، شمارشگر برای هر نوترون به صورت مستقل عمل می‌کند و در انتهای شبیه‌سازی، مقدار متوسط کمیت مورد نظر به ازای یک نوترون، با تقسیم نمودن مقدار نتایج به تعداد کل نوترون‌های دنبال شده، محاسبه می‌شود. به شمارشگرها می‌توان به عنوان برآوردکننده‌های آماری رفتار نوترون‌ها که با نمونه‌برداری از تاریخچه‌هایی از مسئله-

فیزیکی بدست می‌آیند، نگریست. برآورد کننده‌ها مانند هر کمیت آماری دارای انحراف معیار می‌باشند و لذا انحراف معیار نیز باید برآورد شود تا بتوان نتیجه را در قالبی مناسب کمیات آماری بیان نمود.

در این برنامه ضریب تکثیر مؤثر سیستم، شار متوسط حجمی، شار متوسط سطحی، جریان سطحی و توان سیستم قابل محاسبه می‌باشند. در بخش‌های بعدی هر کدام از این کمیت‌ها و نحوه‌ی شمارش آنها تشریح می‌شود.

## ۱۲- برآوردکننده‌ی برخورد<sup>۱</sup> ضریب تکثیر مؤثر

ضریب تکثیر مؤثر سیستم با استفاده از برآوردکننده‌ی برخورد در هر نقطه‌ی برخورد در طول یک نسل با رابطه‌ی (۱۲)-  
(۱) تخمین زده می‌شود.

$$K_{eff}^C = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{c=1}^{C_i} W_{i,c} \frac{\nu \Sigma_{fg}}{\Sigma_{Tg}}}{N} \quad (1-12)$$

کمیت‌های بکارگیری شده در رابطه‌ی (۱-۱۲) به شرح زیر می‌باشند.

$K_{eff}^C$  تعداد متوسط کل نوترون‌های تولید شده در اثر شکافت در یک نسل؛

$N$  تعداد کل نوترون‌ها در یک نسل؛

$C_i$  تعداد کل برخوردهای تاریخچه‌ی  $i$  ام؛

$W_{i,c}$  وزن نوترون  $i$  ام بین دو برخورد  $C$  و  $C - 1$ ؛

$\Sigma_{fg}$  سطح مقطع ماکروسکوپی شکافت در نقطه‌ی برخورد در گروه انرژی نوترون  $i$  ام؛

$\Sigma_{Tg}$  سطح مقطع ماکروسکوپی کل در نقطه‌ی برخورد در گروه انرژی نوترون  $i$  ام.

### ۱۳- برآوردکننده‌ی جذب<sup>۱</sup> ضریب تکثیر موثر

برآوردکننده جذب ضریب تکثیر مؤثر، در هر نسل هنگامی که یک نوترون با یک هسته شکافت‌پذیر واکنش می‌دهد شمارش می‌شود. این برآوردکننده در دو حالت جذب آنالوگ و ضمنی متفاوت می‌باشد.

این برآوردکننده برای حالتی که جذب به صورت آنالوگ در نظر گرفته می‌شود با رابطه‌ی (۱-۱۳) بیان می‌گردد. در واقع اگر در نقطه‌ی برخورد هسته‌ی واکنش‌دهنده شکافت‌پذیر بوده و در نمونه‌برداری نوع واکنش، جذب بدست بیاید آنگاه این برآوردکننده شمارش می‌شود.

$$K_{eff}^A = \frac{\sum_i W_i \left[ \frac{\nu \Sigma_{fg}}{\Sigma_{\gamma g} + \Sigma_{fg}} \right]}{N} \quad (1-13)$$

$K_{eff}^A$  تعداد متوسط کل نوترون‌های تولید شده در اثر شکافت در یک نسل؛

$i$  شمارشگر جذب‌های آنالوگ در یک نسل؛

$N$  تعداد کل نوترون‌ها در یک نسل؛

$W_i$  وزن نوترون قبل از جذب آنالوگ؛

$\Sigma_{fg}$  سطح مقطع ماکروسکوپی شکافت در گروه انرژی نوترون  $g$ ؛

$\Sigma_{\gamma g}$  سطح مقطع ماکروسکوپی جذب پرتوزا در گروه انرژی نوترون  $g$ ؛



$\Sigma_{ag}$  سطح مقطع ماکروسکوپی جذب در گروه انرژی نوترون  $g$  ( $\Sigma_{fg} + \Sigma_{\gamma g} = \Sigma_{ag}$ ).

در جذب آنالوگ وزن نوترون قبل و بعد از برخورد یکسان می باشد و از آنجائیکه جذب آنالوگ در محاسبات بحرانیته شامل شکافت می باشد لذا فراوانی جذب آنالوگ در هر برخورد به صورت  $(\Sigma_{fg} + \Sigma_{\gamma g}) / \Sigma_{Tg}$  می باشد.

این برآوردکننده برای حالتی که جذب به صورت ضمنی در نظر گرفته می شود با رابطه ی (۱۳-۲) بیان می گردد. در واقع در هر نقطه ی برخورد، این برآوردکننده باید شمارش شود.

$$K_{eff}^A = \frac{\sum_i W_i' \bar{v}_g \left[ \frac{\nu \Sigma_{fg}}{\Sigma_{\gamma g} + \Sigma_{fg}} \right]}{N} \quad (2-13)$$

در رابطه فوق داریم:

$i$  روی تمامی برخوردهایی که شکافت محتمل باشد جمع بسته می شود؛

$W_i'$  برابر با وزن جذب شده در جذب ضمنی می باشد.  $(W_i' = W_i \frac{\Sigma_f + \Sigma_f}{\Sigma_{T_k}})$

#### ۱۴- برآوردکننده طول پیمایش<sup>۱</sup> ضریب تکثر موثر

برآوردکننده طول پیمایش در هر نسل تا زمانی که نوترون مسافتی را درون ناحیه حاوی ماده شکافت پذیر می پیماید، به صورت رابطه‌ی (۱-۱۴) شمارش می شود.

$$K_{eff}^{TL} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{c=1}^{c_i} W_{i,c} S_{i,c} \nu \Sigma_{fg}}{N} \quad (1-14)$$

در این رابطه داریم:

$N$  برابر است با تعداد کل نوترون‌ها در یک نسل؛

$C_i$  برابر است با تعداد کل رخدادها اعم از برخورد و یا عبور از مرز برای تاریخچه‌ی  $i$  ام؛

$W_{i,c}$  وزن نوترون  $i$  ام بین دو رخداد  $C$  و  $C - 1$ ؛

$S_{i,c}$  مسافت پیموده شده توسط نوترون  $i$  ام بین دو رخداد  $C$  و  $C - 1$ ؛

$\Sigma_{fg}$  سطح مقطع شکافت ناحیه در گروه انرژی نوترون  $i$  ام می‌باشد.

این برآوردکننده نشان‌دهنده‌ی تعداد چشم‌داشتی نوترون‌های شکافت تولید شده به موازات پیمایش مسافت  $S$  توسط نوترون می‌باشد. برآوردکننده طول پیمایش برای نواحی نازکی از سوخت (از نظر مسافت آزاد میانگین) و سامانه‌های

سریع دارای نتایج بهتری می باشد چرا که به علت تغییرات شدید در سطح مقطع ها به علت وجود رزونانس ها ممکن است دو برآوردکننده ی دیگر دارای واریانس بزرگتری شوند.

### ۱۵- برآورد مقدار متوسط و انحراف معیار ضریب تکثیر

همانطور که قبل از این اشاره شده است، به نسل های اولیه ای که قبل از رسیدن سیستم به مد پایه شبیه سازی می شوند اصطلاحاً نسل های غیر فعال و به نسل های بعد از آن اصطلاحاً نسل های فعال می گویند. از نسل های غیر فعال برای برآورد نهایی ضریب تکثیر و دیگر کمیت ها استفاده نمی شود.

در هر نسل سه برآوردکننده ی برخوردار، جذب و طول پیمایش به همراه میانگین ساده آنها محاسبه می شوند. میانگین ساده این برآوردکننده ها به صورت رابطه ی (۱۵-۱) برآورد می شود.

$$K_i^{ave} = \frac{K_i^A + K_i^C + K_i^T}{3} \quad (1-15)$$

بعد از پایان شبیه سازی تمامی نسل ها، مقدار ضریب تکثیر سیستم با متوسط گیری از مقادیر ضریب تکثیر نسل های فعال به صورت رابطه ی (۲-۱۵) برآورد می شود.

$$K = \frac{1}{I_a} \sum_{i=1}^{I_a} K_i \quad (2-15)$$

در این رابطه  $K_i$  نشان دهنده ی ویژه مقدار نسل فعال  $i$  ام و  $I_a$  برابر با تعداد نسل های فعال می باشد. این رابطه برای هر سه برآورد کننده و همچنین برای متوسط ساده برآورد کننده ها به صورت مجزا محاسبه می شود.

البته برای مشاهده روند تغییرات ضریب تکثیر بعد از اتمام هر نسل فعال، متوسط مقدار ضریب تکثیر این نسل و نسل - های فعال قبل از آن محاسبه و نمایش داده می شود.

واریانس نمونه‌ای این تخمین از ضریب تکثیر به صورت رابطه (۳-۱۵) محاسبه می‌شود.

$$\sigma_s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{I_a} K_i^2}{I_a - 1} - \frac{(\sum_{i=1}^{I_a} K_i)^2}{I_a(I_a - 1)} \quad (3-15)$$

لذا انحراف معیار مربوط به مقدار متوسط ضریب تکثیر به صورت رابطه‌ی (۴-۱۵) بدست می‌آید.

$$\sigma = \sigma_s / \sqrt{I_a} \quad (4-15)$$

در روابط واریانس و انحراف معیار فرض بر این است که بعد از رسیدن توزیع چشمه به حالت پایه، ویژه مقادیر نسل‌ها مستقل می‌باشند یا به عبارتی دیگر هیچ همبستگی بین نسل‌ها وجود ندارد! اما در عمل به دلیل تاثیر هر نسل بر روی چشمه‌های شکافت نسل بعد این فرض کاملاً درست نمی‌باشد و واریانس محاسبه شده کمی کوچکتر از مقدار واقعی آن تخمین زده می‌شود.

اغلب خطا یک کمیت آماری مانند  $\bar{X}$  به صورت نسبی بیان می‌شود، که با رابطه (۵-۱۵) تعریف می‌گردد.

$$R_{\bar{X}} = \frac{\sigma_{\bar{X}}}{\bar{X}} \quad (۵-۱۵)$$

### ۱۶- برآورد کننده‌ی طول پیمایش برای شار متوسط حجمی

شار زاویه‌ای را می‌توان به صورت رابطه‌ی (۱-۱۶) تعریف نمود.

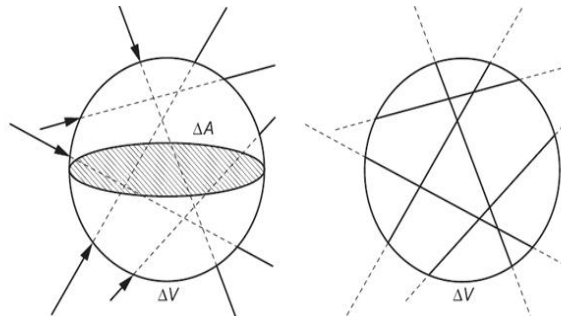
$$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = v(E) N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (۱-۱۶)$$

در رابطه‌ی فوق  $v(E)$  سرعت نوترون و  $N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$  برابر با چگالی نوترون‌ها در زمان  $t$ ، در مکان  $r$ ، بر واحد انرژی در  $E$  و بر واحد زاویه‌ی فضایی در  $\Omega$  می‌باشند.

شار اسکالر نیز با رابطه‌ی (۲-۱۶) تعریف می‌شود.

$$\phi(\vec{r}, t) = \int_0^{\infty} \int_{4\pi} \nu(E) N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega dE \quad (2-16)$$

در تئوری راکتور از شار اسکالر  $\phi(\vec{r}, t)$  به عنوان کل مسافت پیمایش شده در واحد زمان توسط تمامی نوترون‌ها در واحد المان حجم  $dV$  حول مکان  $r$  در زمان  $t$  تعبیر می‌گردد. یک تعبیر معادل برای شار اسکالر، به صورت تعداد نوترون‌های عبور کرده از سطح یک کره‌ی کوچک با سطح مقطع  $\Delta A$  در واحد زمان در لحظه‌ی  $t$  می‌باشد.



شکل ۱۰: نمایشی از دو تعبیر مختلف شار اسکالر



شار متوسط در حجم  $V$  با رابطه‌ی (۳-۱۶) بدست می‌آید. البته عبارت درست برای این رابطه، شاریدگی<sup>۱</sup> متوسط می‌باشد، ولی در این گزارش از آن با همان عنوان شار متوسط یاد می‌شود.

$$\bar{\phi}_V = \frac{1}{V} \int dt \int dE \int dV \phi(\vec{r}, E, t) \quad (۳-۱۶)$$

با در نظر گرفتن  $N(r, E, t)$  به عنوان چگالی نوترون‌ها در نقطه‌ی  $r$  صرف نظر از راستای حرکتشان و با تعریف نمودن  $ds = vdt$  به عنوان مسافت پیموده شده در زمان  $dt$  توسط نوترون‌ها، می‌توان رابطه‌ی (۳-۱۶) را به رابطه‌ی (۴-۱۶) تبدیل نمود.

$$\bar{\phi}_V = \frac{1}{V} \int dV \int dE \int ds N(\vec{r}, E, t) \quad (۴-۱۶)$$

عبارت  $N(r, E, t)ds$  نشان دهنده‌ی چگالی طول مسیر پیموده شده توسط نوترون‌ها می‌باشد، بنابراین شار متوسط را می‌توان با جمع نمودن طول مسیرهای پیموده شده ( $d$ ) و با استفاده از رابطه‌ی (۱۶-۵) برآورد نمود. با این رابطه تمامی طول مسیرهای پیموده شده توسط نوترون‌ها در یک ناحیه جمع می‌شوند.

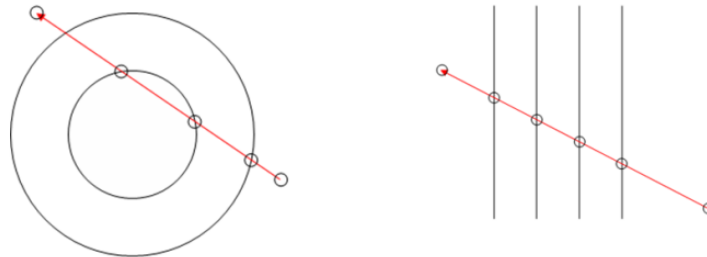
$$\bar{\phi}_V = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{k_i} W_{i,k} d_{i,k}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N \phi_i}{N} \quad (۱۶-۵)$$

در رابطه‌ی (۱۶-۵)،  $d_{i,k}$  برابر با مسافت پیموده شده توسط نوترون  $i$  ام در حجم  $V$  (یا به طور کلی در فضای فاز) بین دو رخداد  $k$  و  $k-1$  است و  $W_{i,k}$  وزن نوترون  $i$  قبل از برخورد  $k$  می‌باشد همچنین در این رابطه  $\phi_i$  به معنای سهم تاریخی‌ی  $i$  ام در شار متوسط حجمی می‌باشد. در این رابطه شار متوسط حجمی به تعداد چشمه‌ها تقسیم شده است ( $N$ ) تا شار حجمی متوسط ناشی از یک نوترون بدست بیاید.

باید به این نکته توجه داشت که این برآورد کننده و برآورد کننده‌های شار سطحی و جریان همانند برآورد کننده‌های ضریب تکثیر در هر نسل برآورد نمی‌شوند، بلکه بعد از اتمام نسل‌های غیر فعال به طور تجمعی برای تمامی تاریخچه‌های موجود در نسل‌های فعال شمارش می‌شوند و در نهایت به وزن کل چشمه‌ی فعال ( $w = N(I_t - I_c)$ ) بهنجار می‌شوند، که  $N$  برابر با تعداد اسمی چشمه در هر نسل و  $I_t$  برابر با تعداد کل نسل‌ها و  $I_c$  برابر با تعداد نسل‌های غیر فعال می‌باشند. همچنین می‌توان نتایج را به تعداد واقعی ذرات شروع کننده در طول نسل‌ها بهنجار نمود. ممکن است خطاهایی<sup>۱</sup> در نتایج این تالی‌ها وجود داشته باشد البته این خطا نسبت به عدم قطعیت آماری کوچک‌تر باشد.

اگر هندسه‌ی سیستم مطابق شکل ۱۱ مش‌بندی شود، آنگاه برای محاسبه شار حجمی در مش‌ها باید طول پیمایشی که نوترون در حین ترابرد در آن مش از خود بر جا می‌گذارد ذخیره شود. برای محاسبه این پارامتر مسیر پیمایش در تقاطع

با سطوح مش‌ها قطع می‌شود و فاصله نوترون تا سطوح سازنده مش جاری محاسبه شده و با مقایسه این فاصله‌ها با طول پیمایش (با توجه به جهت ترابرد)، محل برخورد با سطوح مش تعیین و بدین ترتیب طول پیمایشی که نوترون در این مش طی می‌کند محاسبه می‌گردد، پس از ثبت این فاصله، نوترون به محل برخورد با مش منتقل و مقدار انتقال از طول پیمایش کسر می‌شود و این عملیات تا انتهای طول پیمایش ادامه می‌یابد.



شکل ۱۱: روش ثبت شار حجمی برای یک طول پیمایش در سیستم تیغه‌ای، کروی و استوانه‌ای

مقدار واریانس و انحراف معیار در این تقریب از شار متوسط حجمی با روابط (۱۶-۶) بدست می آید.

$$\sigma_{\phi_v}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\phi_i - \bar{\phi}_v)^2}{N(N-1)} \Rightarrow \sigma_{\phi_v}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \phi_i^2 - N(\bar{\phi}_v)^2}{N(N-1)} \quad \text{or} \quad \sigma_{\phi_v}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \phi_i^2 - N\left(\frac{\sum_{i=1}^N \phi_i}{N}\right)^2}{N(N-1)}$$

$$\phi_i = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{k_i} W_{i,k} d_{i,k} \quad (۱۶-۶)$$

$$\sigma_{\phi_v} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \phi_i^2 - N\left(\frac{\sum_{i=1}^N \phi_i}{N}\right)^2}{N(N-1)}}$$

برآوردکننده طول مسیر عموماً جوابهای اطمینان بخشی به دنبال دارد چرا که تعداد نمونهها در این تالی زیاد می باشد.

## ۱۷- برآورد کننده شار متوسط سطحی

متوسط شار در سطح A به صورت رابطه‌ی (۱-۱۷) تعریف می‌شود.

$$\bar{\phi}_s = \frac{1}{A} \int dt \int dE \int dA \phi(\vec{r}, E, t) \quad (1-17)$$

شار اسکالر و شار زاویه‌ای با رابطه‌ی (۲-۱۷) بهم مرتبط می‌باشند.

$$\phi(\vec{r}, E, t) = \int \int d\Omega \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad (2-17)$$

همچنین رابطه‌ی (۳-۱۷) بین شار زاویه‌ای و جریان کل زاویه‌ای عبوری از سطح dA برقرار است.

$$J(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = |\vec{n} \cdot \vec{\Omega}| \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \Rightarrow \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = \frac{J(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{|\vec{n} \cdot \vec{\Omega}|} \quad (3-17)$$

با استفاده از روابط (۲-۱۷) و (۳-۱۷) می توان شار اسکالر را به صورت رابطه‌ی (۴-۱۷) بیان نمود.

$$\phi(\vec{r}, E, t) = \iint d\Omega \frac{J(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{|\vec{n} \cdot \vec{\Omega}|} \quad (۴-۱۷)$$

بنابراین شار متوسط بر روی سطح A می تواند به صورت رابطه‌ی (۵-۱۷) بدست بیاید.

$$\bar{\phi}_s = \frac{1}{A} \int dt \int dE \int d\Omega \int dA \frac{J(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{|\vec{n} \cdot \vec{\Omega}|} = \frac{1}{A} \int dt \int dE \int d\Omega \int dA \frac{|\vec{n} \cdot \vec{\Omega}| \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{|\vec{n} \cdot \vec{\Omega}|} \quad (۵-۱۷)$$

در روند شبیه‌سازی مونت کارلو رابطه‌ی (۵-۱۷) با استفاده از رابطه‌ی (۶-۱۷) شمارش می شود.

$$\bar{\phi}_s = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{k_i} \frac{W_{i,k}}{A \left| \vec{n} \cdot \vec{\Omega} \right|_{i,k}}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{k_i} \frac{W_{i,k}}{A \mu_{i,k}}}{N} = \sum \phi_i \quad (6-17)$$

برای محاسبه پارامتر  $|\mu|$ ، باید بردار نرمال سطح در محل تقاطع مسیر پیمایش محاسبه شود. در واقع از حاصل ضرب داخلی بردار نرمال و بردار یکه سرعت، مقدار پارامتر  $|\mu|$  محاسبه می‌شود.

مقدار واریانس و انحراف معیار در این تقریب از شار متوسط سطحی با روابط (7-17) بدست می‌آید.

$$\sigma_{\phi_v}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \phi_i^2 - N \left( \frac{\sum_{i=1}^N \phi_i}{N} \right)^2}{N(N-1)} \quad ; \phi_i = \sum_{k=1}^{k_i} \frac{W_{i,k}}{A \mu_{i,k}} \quad ; \sigma_{\phi_v} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \phi_i^2 - N \left( \frac{\sum_{i=1}^N \phi_i}{N} \right)^2}{N(N-1)}} \quad (7-17)$$



## ۱۸- برآورد کننده‌ی جریان سطحی

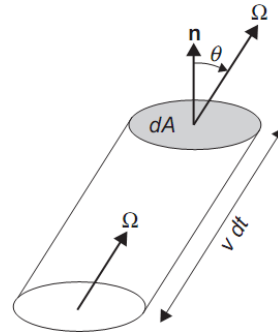
طبق شکل ۱۲ المان سطحی  $dA$  با بردار نرمال  $n$  را در نظر می‌گیریم. تعداد نوترون‌های که بین بازه زمانی  $t$  تا  $t + dt$  از این سطح عبور می‌کنند و دارای انرژی بین بازه‌ی  $E$  تا  $E + dE$  و دارای راستای حرکت  $\Omega$  می‌باشند، با رابطه‌ی (۱۸-۱) بدست می‌آید. این تعداد نوترون‌ها دقیقاً برابر تعداد نوترون‌های موجود در المان حجم  $v dt n \cdot \Omega dA$  نشان داده شده در شکل ۱۲ می‌باشد.

$$N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) v dt n \cdot \vec{\Omega} dA dE = \vec{n} \cdot \vec{\Omega} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dA dE dt \quad (1-18)$$

در این رابطه  $N(\vec{r}, \Omega, E, t)$  نشان دهنده‌ی چگالی نوترون‌ها در فضای فاز،  $\phi(\vec{r}, \Omega, E, t)$  نشان دهنده‌ی شار زاویه‌ای نوترون‌ها می‌باشند. بنابراین تعداد خالص کل نوترون‌ها عبوری از سطح  $dA$ ، در بازه‌ی زمانی  $dt$ ، که دارای انرژی بین  $E$  تا  $E + dE$  می‌باشند با رابطه‌ی (۱۸-۲) بدست می‌آید.

$$\int dA dE dt d\Omega \vec{n} \cdot \vec{\Omega} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

(۲-۱۸)



شکل ۱۲: جریان عبوری از یک سطح

از آنجایی که بردار جریان با رابطه‌ی (۳-۱۸) تعریف می‌شود.

$$\vec{J}(\vec{r}, E, t) = \int d\Omega \vec{\Omega} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

(۳-۱۸)

لذا با استفاده از تعریف فوق می توان تعداد کل خالص نوترون ها عبوری در جهت مثبت سطح ( $\mathbf{n} \cdot \vec{\Omega} > 0$ ) بر واحد زمان، بر واحد سطح  $dA$  و بر واحد انرژی را با رابطه ی (۴-۱۸) بیان نمود.

$$J_n(\vec{r}, E, t) = \vec{n} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E, t) = \int d\Omega \vec{n} \cdot \vec{\Omega} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (۴-۱۸)$$

این کمیت را می توان بر حسب دو جریان جزئی<sup>۱</sup> به صورت روابط (۵-۱۸) بیان نمود.

$$J_n(\vec{r}, E, t) = J_n^+(\vec{r}, E, t) - J_n^-(\vec{r}, E, t)$$

$$J_n^+(\vec{r}, E, t) = \int_{n \cdot \vec{\Omega} > 0} \vec{n} \cdot \vec{\Omega} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega \quad (۵-۱۸)$$

$$J_n^-(\vec{r}, E, t) = \int_{n \cdot \vec{\Omega} < 0} \vec{n} \cdot \vec{\Omega} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega$$

برای  $J_n^+(\vec{r}, E, t)$  برابر با تعداد کل نوترون‌ها بر واحد انرژی که در جهت مثبت و  $J_n^-(\vec{r}, E, t)$  برابر با تعداد کل نوترون‌ها عبوری بر واحد انرژی که در جهت منفی از واحد سطح عبور می‌کنند، می‌باشند.

برای برآورد جریان، رابطه‌ی (۶-۱۸) شمارش می‌شود، یعنی این تالی یک شمارش ساده از تعداد نوترون‌های (یا وزن  $w$ ) عبوری از یک سطح در بازه‌های مشخص (انرژی و زاویه) می‌باشد. (این کمیت جریان کل نامیده می‌شود)

$$J(\vec{r}, E, t) = J_n^+(\vec{r}, E, t) + J_n^-(\vec{r}, E, t) = \int d\Omega |\vec{n} \cdot \vec{\Omega}| \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (۶-۱۸)$$

بنابراین عبارت (۷-۱۸) نشان دهنده‌ی تعداد نوترون‌های عبوری از سطح  $A$  در بازه‌ی انرژی  $i$  ام و بازه‌ی زاویه‌ی  $m$  ام می‌باشد.

$$J(\vec{r}, E_i, \Omega_m, t_j) = \int_{E_i} dE \int_{all} dt \int_{\Omega_m} d\Omega \int dA |\vec{n} \cdot \vec{\Omega}| \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (۷-۱۸)$$

جریان کل عبوری از سطح A با رابطه‌ی (۱۸-۸) شمارش می‌شود.

$$J_A = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{k_i} W_{i,k}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N J_{Ai}}{N} \quad (۱۸-۸)$$

$i$ : مشخصه‌ی نوترون‌های چشمه

$k$ : شمارنده‌ی تعداد عبور از سطح

در واقع برای محاسبه‌ی جریان کل عبوری از یک سطح کافی است در طول شبیه‌سازی تعداد نوترون‌ها عبوری از آن سطح شمارش شود، البته ممکن است یک نوترون چند بار شمارش شود.

برای محاسبه نمودن جریان در بازه‌ی انرژی، یا زاویه‌ی فضایی خاص  $(J(\vec{r}, E_l, \Omega_m))$  می‌توان در طول شبیه‌سازی شمارش را در بازه‌های مختلف با استفاده از شمارش‌گره‌های مجزا انجام داد.

مقدار واریانس و انحراف معیار در این تقریب از شار متوسط سطحی با روابط (۸-۹) بدست می آید.

$$\sigma_{J_A}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N J_i^2 - N \left( \frac{\sum_{i=1}^N J_i}{N} \right)^2}{N(N-1)} ; J_i = \sum_{k=1}^{k_i} W_{i,k} ; \sigma_{J_A} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N J_i^2 - N \left( \frac{\sum_{i=1}^N J_i}{N} \right)^2}{N(N-1)}} \quad (9-18)$$

۱۹- الگوریتم محاسبات بحرانیته با روش تکرار چشمه<sup>۱</sup>

برای انجام محاسبات بحرانیته در این گزارش از روش تکرار چشمه استفاده شده است. در این روش ترابرد نوترون‌ها بصورت نسلی شبیه‌سازی می‌شود و در هر نسل تعداد  $N$  چشمه نوترونی ترابرد و کمیات مورد نظر از قبیل ضریب تکثیر، شار و ... شمارش می‌شوند. مراحل انجام محاسبات بحرانیته با این روش بصورت زیر قابل بیان است:

۱. مشخص کردن فضای فاز (مکان، گروه انرژی و راستای حرکت) چشمه‌های شکافت؛
- تعیین مکان چشمه نوترون.
  - نمونه‌برداری راستای حرکت چشمه‌ی نوترونی شکافت به صورت همسانگرد.
  - نمونه‌برداری گروه انرژی چشمه‌ی نوترونی با استفاده از طیف گروهی شکافت.

---

Source Iteration ۱

۲. مشخص شدن سطح مقاطع با توجه به گروه انرژی و مکان نوترون؛

۳. نمونه برداری طول پیمایش نوترون با توجه به سطح مقطع کل؛

۴. شبیه سازی هندسه ی سامانه؛

- محاسبه فاصله ی جهت دار نوترون تا مرز ناحیه .
- مقایسه ی طول پیمایش با فاصله ی جهت دار و تصحیح طول پیمایش در صورت لزوم: اگر طول پیمایش از فاصله جهت دار بیشتر باشد فاصله جهت دار بعنوان طول پیمایش در نظر گرفته می شود.
- محاسبه تخمین گر ها و تالی های مربوط به طول پیمایش.
- در صورت برخورد نوترون به مرز داخلی (در اثر تصحیح طول پیمایش)، مرحله ۲ بعد از تعیین ناحیه جدید برای ادامه ی فرآیند ترابرد دنبال می شود.



- در صورت برخورد نوترون به مرز خارجی سامانه (در اثر تصحیح طول پیمایش)، نوترون نابود و به تاریخچه‌ی آن خاتمه داده می‌شود و مرحله ۱ جهت پیگیری تاریخچه‌ی جدید دنبال می‌شود.
- انتقال نوترون به محل جدید با توجه به طول پیمایش.
- ۵. شبیه‌سازی فیزیک برخورد؛
- در این مرحله تخمین‌گرها و تالی‌های مربوط به روش برخورد محاسبه می‌شوند.
- اگر محیط برخورد شکافت‌پذیر باشد آنگاه در نقطه‌ی برخورد مکان و تعداد نوترون‌های چشمه‌های نوترونی برای نسل بعدی ثبت می‌شود.
- در شبیه‌سازی ضمنی:

- تعیین وزن جدید نوترون:  $w = w(1 - \frac{\Sigma_{ag}}{\Sigma_{tg}})$

- محاسبه تخمین‌گرها و تالی‌های مربوط به روش جذب ضمنی.

- اگر وزن نوترون زیر وزن قطع باشد با استفاده از رولت روسی بقای نوترون بررسی می شود.
- در صورت بقا، وزن نوترون اصلاح می شود.
- در صورت حذف، ترابرد برای چشمه جدید از مرحله ۱ آغاز می شود.
- راستای حرکت و گروه انرژی نوترون پراکنده شده نمونه برداری و مرحله ی ۲ دنبال می شود.
- در شبیه سازی آنالوگ
- نمونه برداری نوع اندرکنش (جذب یا پراکندگی)
- در صورت انتخاب اندرکنش جذب تخمین گرها و تالی های مربوط به روش جذب محاسبه می شوند.
- سپس نوترون نابود شده و ترابرد برای چشمه جدید از مرحله ۱ آغاز می شود.

- در صورتیکه اندرکنش پراکندگی انتخاب شود راستای حرکت و گروه انرژی نوترون پراکنده شده نمونه- برداری و مرحله ی ۲ دنبال می شود.

۶. اگر سرنوشت تمام نوترون ها در یک نسل (N) دنبال شده باشد آنگاه:

$$N' = \sum_{i=1}^N \sum_{c=1}^{c_i} n'_{i,c}$$

- مقادیر میانگین تخمین گرهای ضریب تکثیر در هر نسل محاسبه و نمایش داده می شوند.

۷. تعیین وزن جدید چشمه های نوترونی:  $w = N/N'$  و نسل جدید با  $N' = \sum_j n'_j$  نوترون آغاز می شود.



## ۲۰- اعتبارسنجی

در این بخش برای راستی آزمایی نتایج برنامه محاسبات بحرانی توسعه داده شده، از چند مثال و محک استاندارد استفاده شده است.

## ۲۰-۱- آزمون اول: هندسه تک ناحیه‌ای از پلوتونیوم ۲۳۹- یک گروهی - همسانگرد

جدول شماره ۱ حاوی سطح مقاطع یک گروهی مربوط به پلوتونیوم ۲۳۹ می‌باشد. نیم ضخامت بحرانی تیغه، شعاع بحرانی استوانه و کره حاوی این ماده به ترتیب برابر ۲.۲۵۶۷۵۱، ۴.۲۷۹۹۶۰ و ۶.۰۸۲۵۴۷ سانتی‌متر می‌باشد.

جدول شماره ۱: سطح مقاطع یک گروهی و همسانگرد مربوط به پلوتونیوم ۲۳۹

Group	$\nu$	$\Sigma_f$	$\Sigma_c$	$\Sigma_s$	$\Sigma_t$
1	2.84	0.081600	0.019584	0.225216	0.32640

در جدول شماره ۲ و ۳ به ترتیب نتایج مربوط به ضریب تکثیر و شار در هر یک از سه هندسه‌ی تیغه‌ای، استوانه‌ای و کروی با مرز خلا بیان شده است. محاسبات بحرانیته در حالت جذب ضمنی برای ۳۰۰ نسل، ۱۰۰ نسل غیر فعال و ۵۰۰۰۰۰ تاریخچه در هر نسل انجام شده است.

جدول شماره ۲: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت پلوتونیوم ۲۳۹- یک گروهی - همسانگرد با مرز خلا

K	Ref	MC3	St.dev	Rel.Error(pcm)
Infinite	2.29032	2.29038	0.00003	2.6
Critical Slab	1.00000	1.00002	0.00006	2.0
Critical Cylinder	1.00000	1.00005	0.00007	5.0
Critical Sphere	1.00000	0.99996	0.00006	4.0

جدول شماره ۳: نتایج شار اسکالر بهنجار شده برای تیغه‌ای از پلوتونیوم ۲۳۹- یک گروهی - همسانگرد با مرز خلا

$\Delta x/x_c$	Ref-Flux	MC3- Flux	Rel.Error (%)
0.25	0.9701734	0.9698999	0.028
0.50	0.8810540	0.8806738	0.038
0.75	0.7318131	0.7307755	0.104
1.00	0.4902592	0.4918845	0.163

## ۲۰-۲- آزمون دوم: هندسه‌ی تک ناحیه‌ای از اورانیوم ۲۳۵ - یک گروهی - همسانگرد

در جدول شماره ۴ سطح مقاطع یک گروهی مربوط به اورانیوم ۲۳۵ بیان شده است. نیم ضخامت بحرانی تیغه، شعاع بحرانی استوانه و کره حاوی این ماده به ترتیب برابر ۲.۸۷۲۹۳۴، ۵.۲۸۴۹۳۵ و ۷.۴۲۸۹۹۸ سانتی متر می باشد.

جدول شماره ۴: سطح مقاطع یک گروهی و همسانگرد مربوط به اورانیوم ۲۳۵

Group	$\nu$	$\Sigma_f$	$\Sigma_c$	$\Sigma_s$	$\Sigma_t$
1	2.70	0.065280	0.013056	0.248064	0.3264

در جدول شماره ۵ و ۶ به ترتیب نتایج مربوط به ضریب تکثیر و شار بیان شده‌اند. محاسبات بحرانیته در حالت جذب ضمنی برای ۳۰۰ نسل، ۱۰۰ نسل غیر فعال و ۵۰۰۰۰۰ تاریخچه در هر نسل انجام شده است.

جدول شماره ۵: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت اورانیوم ۲۳۵- یک گروهی - همسانگرد با مرز خلا

K	Ref	MC3	St.dev	Rel.Error(pcm)
Infinite	2.25000	2.25000	0.00003	0.0
Critical Slab	1.00000	1.00001	0.00007	1.0
Critical Cylinder	1.00000	0.99995	0.00007	5.0
Critical Sphere	1.00000	0.99997	0.00005	3.0

جدول شماره ۶: نتایج شار اسکالر بهنجار شده در تیغه اورانیوم ۲۳۵- یک گروهی - همسانگرد با مرز خلا

$\Delta x/x_c$	Ref-Flux	MC3- Flux	Rel.Error (%)
0.25	0.9669506	0.9667963	0.016
0.50	0.8686259	0.8683799	0.028
0.75	0.7055218	0.7050576	0.066
1.00	0.4461912	0.4475031	0.294



۲۰-۳- آزمون سوم: هندسه‌ی تک ناحیه‌ای از پلوتونیوم ۲۳۹- دو گروهی - همسانگرد

جدول شماره ۷ سطح مقاطع دو گروهی مربوط به پلوتونیوم ۲۳۹ را نشان می‌دهد. نیم ضخامت بحرانی تیغه و شعاع بحرانی کره حاوی این ماده به ترتیب برابر ۱.۷۹۵۶۰۲ و ۵.۲۳۱۵۶۷ سانتی‌متر می‌باشد.

جدول شماره ۷: سطح مقاطع دو گروهی و همسانگرد مربوط به پلوتونیوم ۲۳۹

Group	$\nu_g$	$\Sigma_{f,g}$	$\Sigma_{c,g}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 1}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 2}$	$\Sigma_{t,g}$	$\chi_g$
1	3.1	0.0936	0.0048	0.0792	0.0432	0.2208	0.575
2	2.93	0.08544	0.0144	0.0	0.23616	0.336	0.425

در جدول شماره ۸ و ۹ به ترتیب نتایج مربوط به ضریب تکثیر و شار بیان شده‌اند. محاسبات بحرانیته در حالت جذب ضمنی برای ۴۰۰ نسل، ۱۵۰ نسل غیر فعال و ۸۰۰۰۰۰ تاریخچه در هر نسل انجام شده است.

جدول شماره ۸: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت کره پلوتونیوم ۲۳۹- دو گروهی - همسانگرد با مرز خلا

K	Ref	MC3	St.dev	Rel.Error(pcm)
Infinite	2.683767	2.68378	0.00004	0.48
Critical Slab	1.00000	1.00004	0.00005	4.0
Critical Sphere	1.00000	1.00004	0.00005	4.0

جدول شماره ۹: نسبت شار گروه ۱ به گروه ۲ برای محیط بی‌نهایت پلوتونیوم ۲۳۹- دو گروهی - همسانگرد

	Ref	MC3	Rel.Error (%)
$\Phi_1/\Phi_2$	0.675229	0.675493	0.039

## ۲۰-۴- آزمون چهارم: سیستم بحرانی دو ناحیه‌ای تیغه‌ای - دو گروهی - همسانگرد

جدول شماره ۱۰ و ۱۱ سطح مقاطع دو گروهی مربوط به ترکیب آب-اورانیوم ۲۳۵ و آب را نشان می‌دهد. در این سیستم تیغه‌ای حاوی ترکیب آب و اورانیوم ۲۳۵ به ضخامت ۱۳.۳۹۳۶۰۴ سانتی‌متر از سمت چپ و راست بوسیله تیغه حاوی آب به ضخامت ۱.۱۲۶۱۵۲ سانتی‌متر احاطه شده است.

جدول شماره ۱۰: سطح مقاطع دو گروهی ترکیب آب و اورانیوم ۲۳۵ (U25WR)

Group	$\nu_g$	$\Sigma_{f,g}$	$\Sigma_{c,g}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 1}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 2}$	$\Sigma_{t,g}$	$\chi_g$
1	2.5	0.000836	0.001104	0.83892	0.04635	0.88721	1
2	2.5	0.029564	0.024069	0.000767	2.9183	2.9727	0

جدول شماره ۱۱: سطح مقاطع دو گروهی آب

Group	$\nu_g$	$\Sigma_{f,g}$	$\Sigma_{c,g}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 1}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 2}$	$\Sigma_{t,g}$	$\chi_g$
1	0	0	0.00074	0.83975	0.04749	0.88798	0
2	0	0	0.018564	0.000336	2.9676	2.9865	0

در جدول شماره ۱۲ و ۱۳ به ترتیب نتایج مربوط به ضریب تکثیر و شار بیان شده‌اند. محاسبات بحرانیته در حالت جذب صریح برای ۴۰۰ نسل، ۱۰۰ نسل غیر فعال و ۸۰۰۰۰ تاریخچه در هر نسل انجام شده است.

جدول شماره ۱۲: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت سیستم دو ناحیه‌ای تیغه‌ای - دو گروهی - همسانگرد

K	Ref	MC3	St.dev	Rel.Error(pcm)
Infinite(U25WR)	1.365821	1.36583	0.00001	0.66
Critical Slab	1.000000	0.99996	0.00013	4.0

جدول شماره ۱۳: نسبت شار گروه ۱ به گروه ۲ برای محیط بی‌نهایت از جنس ترکیب آب و اورانیوم ۲۳۵

	Ref	MC3	Rel.Error (%)
$\Phi_1/\Phi_2$	1.173679	1.173274	0.0345

۲۰-۵- آزمون پنجم: سیستم نامتناهی - شش گروهی - همسانگرد

جدول زیر سطح مقاطع شش گروهی مربوط به اورانیوم ۲۳۵ را نشان می دهد.

جدول شماره ۱۴: سطح مقاطع شش گروهی اورانیوم ۲۳۵

Group	$\nu_g$	$\Sigma_{f,g}$	$\Sigma_{c,g}$	$\Sigma_{t,g}$	$\chi_g$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 1}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 2}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 3}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 4}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 5}$	$\Sigma_{s,g \rightarrow 6}$
1	3	0.006	0.006	0.24	0.48	0.024	0.171	0.033	0.0	0.0	0.0
2	2.5	0.06	0.040	0.975	0.02	0.0	0.60	0.275	0.0	0.0	0.0
3	2	0.9	0.20	3.1	0	0.0	0.0	2.0	0.0	0.0	0.0
4	2	0.9	0.20	3.1	0	0.0	0.0	0.0	2.0	0.0	0.0
5	2.5	0.06	0.04	0.975	0.02	0.0	0.0	0.0	0.275	0.60	0.0
6	3	0.006	0.006	0.24	0.48	0.0	0.0	0.0	0.033	0.171	0.024

در جدول شماره ۱۵ و ۱۶ به ترتیب نتایج مربوط به ضریب تکثیر و شار بیان شده اند. محاسبات بحرانیته در حالت جذب

ضمنی برای ۴۰۰ نسل، ۱۰۰ نسل غیر فعال و ۸۰۰۰۰۰ تاریخچه در هر نسل انجام شده است.

جدول شماره ۱۵: ضریب تکثیر بی نهایت اورانیوم ۲۳۵ - شش گروهی - همسانگرد

K	Ref	MC3	St.dev	Rel.Error(pcm)
Infinite	1.600000	1.60005	0.00006	3.1

جدول شماره ۱۶: نسبت شار گروه‌های مختلف برای محیط بی نهایت اورانیوم ۲۳۵ - شش گروهی - همسانگرد

	Ref	MC3	Rel.Error (%)
$\Phi_2/\Phi_1$	0.4800	0.4798	0.042
$\Phi_5/\Phi_6$	0.4800	0.4804	0.083
$\Phi_3/\Phi_2$	0.3125	0.3126	0.031
$\Phi_4/\Phi_5$	0.3125	0.3123	0.064
$\Phi_3/\Phi_1$	0.1500	0.1500	0.0
$\Phi_4/\Phi_6$	0.1500	0.1500	0.0

## ۲۰-۶- آزمون ششم: تیغه بحرانی - یک گروهی - ناهمسانگرد

جدول زیر سطح مقاطع یک گروهی مربوط به پلوتونیوم ۲۳۹ را نشان می‌دهد. ضخامت بحرانی این تیغه ۱.۵۲۷۵۶ سانتی‌متر می‌باشد.

جدول شماره ۱۷: سطح مقاطع یک گروهی پلوتونیوم ۲۳۹-ناهمسانگردی مرتبه ۲- با مرز خلا

Group	$\nu_g$	$\Sigma_{f,g}$	$\Sigma_{c,g}$	$\Sigma_{s0,g \rightarrow 1}$	$\Sigma_{s1,g \rightarrow 1}$	$\Sigma_{s2,g \rightarrow 1}$	$\Sigma_{t,g}$
1	2.5	0.266667	0.0	0.733333	0.20	0.075	1.0

در جدول شماره ۱۸ نتایج مربوط به ضریب تکثیر بیان شده‌اند. محاسبات بحرانیته در حالت جذب ضمنی برای ۴۰۰ نسل، ۱۰۰ نسل غیر فعال و ۸۰۰۰۰۰ تاریخچه در هر نسل انجام شده است.

جدول شماره ۱۸: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت پلوتونیوم ۲۳۹-یک گروهی- ناهمسانگردی مرتبه ۲

K	Ref	MC3	St.dev	Rel.Error(pcm)
Infinite	2.50000	2.50003	0.00003	1.2
Critical Slab	1.00000	0.99995	0.00004	5.0

## ۲۰-۷- آزمون هفتم: تیغه بحرانی - دو گروهی - ناهمسانگرد

جدول زیر سطح مقاطع دو گروهی مربوط به اورانیوم ۲۳۵ را نشان می‌دهد. نیم ضخامت بحرانی این تیغه ۹.۴۹۵۹ می‌باشد.

جدول شماره ۱۹: سطح مقاطع دو گروهی اورانیوم ۲۳۵-ناهمسانگردی مرتبه ۱- با مرز خلا

Group	$\nu_g$	$\Sigma_{f,g}$	$\Sigma_{c,g}$	$\Sigma_{s0,g \rightarrow 1}$	$\Sigma_{s1,g \rightarrow 1}$	$\Sigma_{s0,g \rightarrow 2}$	$\Sigma_{s1,g \rightarrow 2}$	$\chi_g$
1	2.5	0.0010484	0.0010046	0.62568	0.27459	0.029227	0.0075737	1
2	2.5	0.050632	0.025788	0	0	2.44383	0.83318	0

در جدول شماره ۲۰، ۲۱ و ۲۲ به ترتیب نتایج مربوط به ضریب تکثیر و شار بیان شده‌اند. محاسبات بحرانیته در حالت جذب ضمنی برای ۳۰۰ نسل، ۱۰۰ نسل غیر فعال و ۵۰۰۰۰ تاریخچه در هر نسل انجام شده است.

جدول شماره ۲۰: ضریب تکثیر موثر و بی‌نهایت اورانیوم ۲۳۵-دو گروهی- ناهمسانگردی مرتبه ۱

K	Ref	MC3	St.dev	Rel.Error(pcm)
Infinite	1.63145	1.63143	0.00002	1.2
Critical Slab	1.000000	0.99994	0.00005	6.0



جدول شماره ۲۱: نتایج شار اسکالر بهنجار شده گروه ۱ نسبت به شار سریع در مرکز تیغه اورانیوم ۲۳۵- دو گروهی- ناهمسانگرد با مرز خلا

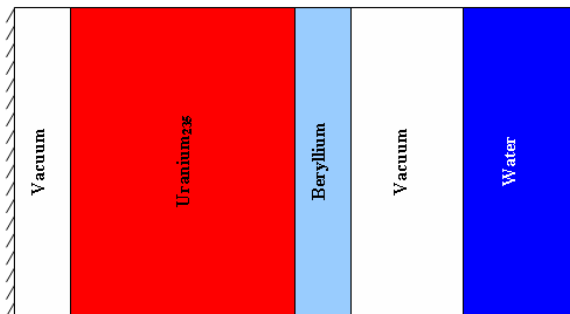
$\Delta x/x_c$	Ref-Flux	MC3- Flux	Rel.Error (%)
0.20	0.963873	0.963930	0.0059
0.50	0.781389	0.781252	0.0175
0.80	0.472787	0.472798	0.0023
1.00	0.189578	0.189877	0.1577

جدول شماره ۲۲: نتایج شار اسکالر بهنجار شده گروه ۲ نسبت به شار سریع در مرکز تیغه اورانیوم ۲۳۵- دو گروهی- ناهمسانگرد با مرز خلا

$\Delta x/x_c$	Ref-Flux	MC3- Flux	Rel.Error (%)
0.20	0.349006	0.349133	0.0364
0.50	0.280870	0.280855	0.0053
0.80	0.157376	0.157305	0.0451
1.00	0.0277639	0.0279483	0.664

## ۲۰-۸- آزمون هشتم: سیستم تیغه‌ای پنج ناحیه‌ای

در این آزمون سیستم مورد بررسی، تیغه‌ای ۵ ناحیه‌ای به ترتیب با ضخامت ۱، ۴، ۱، ۲، ۲ سانتی‌متر می‌باشد. ناحیه اول خلاء، ناحیه دوم حاوی اورانیوم ۲۳۵، ناحیه سوم حاوی برلیوم، ناحیه چهارم خلا و ناحیه پنجم حاوی آب است. برای این سیستم تیغه‌ای شرط مرزی در سمت چپ، بازتابنده کامل و شرط مرزی در سمت راست، خلا اعمال شده است.



شکل ۱۴: سیستم تیغه‌ای پنج ناحیه‌ای با شرط مرزی بازتابنده کامل در سمت چپ و خلاء در سمت راست

برای حل مسئله از سطح مقاطع با ۶ گروه انرژی و پراکندگی همسانگرد استفاده شده است. جدول شماره ۲۳، ۲۴ و ۲۵ به ترتیب مقادیر سطح مقاطع را برای برلیوم، اورانیوم ۲۳۵ و آب نشان می دهد.

جدول شماره ۲۳: سطح مقاطع ماکروسکوپی ۶ گروهی برلیوم با چگالی  $۱.۸ \text{ gr/Cm}^3$

Group	1	2	3	4	5	6
$\Sigma_{a,g}$	9.4335E-03	5.8404E-03	6.4156E-04	4.2970E-05	1.2028E-05	1.2105E-05
Group	$\Sigma_{S,g \rightarrow 1}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 2}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 3}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 4}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 5}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 6}^0$
1	1.4443E-01	7.9036E-02	1.7233E-02	2.4159E-02	2.8919E-02	1.3260E-02
2	0.0000E+00	1.8533E-01	6.7534E-02	1.9326E-03	1.9392E-03	1.1577E-03
3	0.0000E+00	0.0000E+00	2.1348E-01	1.4431E-01	0.0000E+00	0.0000E+00
4	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	3.3838E-01	1.0938E-01	0.0000E+00
5	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	4.8191E-01	6.3433E-02
6	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	6.9736E-01

جدول شماره ۲۴: سطح مقاطع ماکروسکوپی ۶ گروهی برای اورانیوم ۲۳۵ با چگالی  $۱۸.۷ \text{ gr/Cm}^3$

Group	$\Sigma_{t,g}$	$\Sigma_{a,g}$	$\Sigma_{f,g}$	$\nu\Sigma_{f,g}$	$\chi_g$	
1	3.68692E-01	5.79620E-02	5.68065E-02	1.70141E-01	2.18516E-01	
2	3.44889E-01	6.35688E-02	6.09011E-02	1.60887E-01	3.50318E-01	
3	3.24999E-01	6.31967E-02	5.82890E-02	1.48317E-01	1.63751E-01	
4	3.72951E-01	6.28892E-02	5.54032E-02	1.38220E-01	1.71655E-01	
5	4.75778E-01	7.78497E-02	6.41808E-02	1.57729E-01	8.23633E-02	
6	6.43960E-01	1.31470E-01	9.77909E-02	2.38517E-01	1.33964E-02	
Group	$\Sigma_{S,g \rightarrow 1}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 2}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 3}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 4}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 5}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 6}^0$
1	2.3443E-01	2.0748E-02	1.4002E-02	2.4990E-02	1.4857E-02	1.7040E-03
2	0.0000E+00	2.2958E-01	2.6300E-02	1.5375E-02	8.8990E-03	1.1651E-03
3	0.0000E+00	0.0000E+00	2.0455E-01	4.6683E-02	1.0202E-02	3.6886E-04
4	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	2.8106E-01	2.7485E-02	1.5220E-03
5	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	3.9014E-01	7.7932E-03
6	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	5.1249E-01

جدول شماره ۲۵: سطح مقاطع ماکروسکوپی ۶ گروهی آب با چگالی  $1 \text{ gr/Cm}^3$

Group	1	2	3	4	5	6
$\Sigma_{a,g}$	1.4224E-03	2.3134E-06	2.3056E-06	2.4638E-06	4.1471E-06	6.6865E-04
Group	$\Sigma_{S,g \rightarrow 1}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 2}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 3}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 4}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 5}^0$	$\Sigma_{S,g \rightarrow 6}^0$
<b>1</b>	8.3374E-02	6.1597E-02	1.5582E-02	1.5646E-02	9.3818E-03	3.1219E-03
<b>2</b>	0.0000E+00	9.2018E-02	6.4782E-02	5.1779E-02	3.1165E-02	1.0407E-02
<b>3</b>	0.0000E+00	0.0000E+00	1.4488E-01	1.6915E-01	7.2558E-02	2.4228E-02
<b>4</b>	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	2.3941E-01	2.2258E-01	6.3823E-02
<b>5</b>	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	4.1490E-01	3.2774E-01
<b>6</b>	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	1.3450E+00

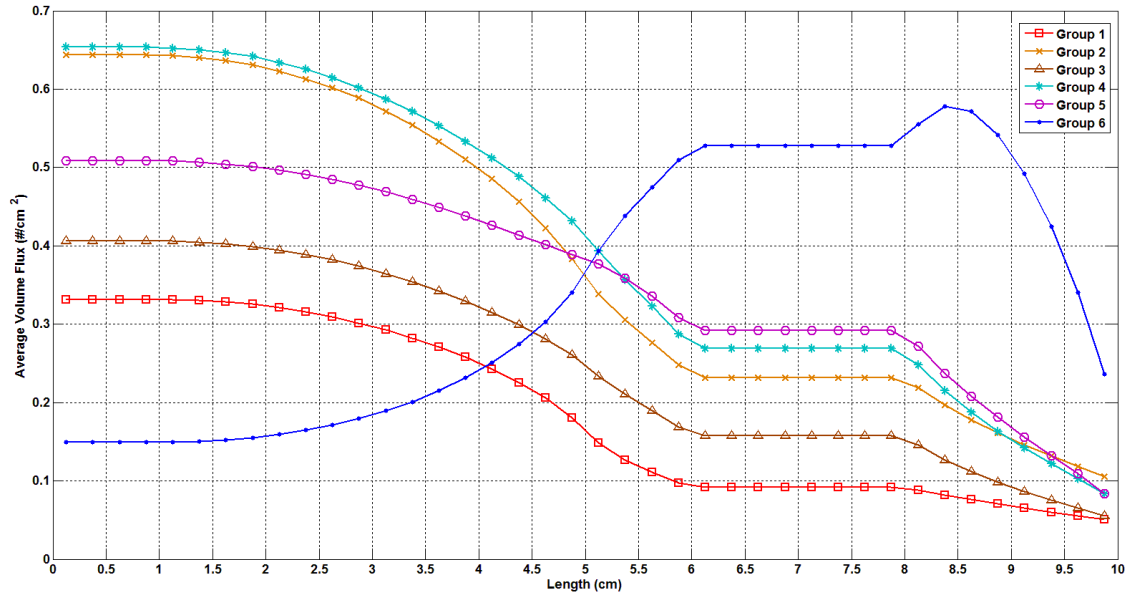
برای بررسی صحت نتایج کد MC3-1D، مقادیر خروجی حاصل از این کد با کد MCNP4C در جداول و شکل‌های زیر مقایسه شده‌اند. برای مقایسه دقیق ابتدا سطح مقاطع موجود در جداول شماره ۲۳، ۲۴ و ۲۵ به قالب قابل فهم برای کد MCNP4C تبدیل شده است.

جدول شماره ۲۶ مقادیر ضریب تکثیر محاسبه شده بوسیله دو کد MC3-1D و MCNP4C را نشان می‌دهد. محاسبات بحرانیته در حالت جذب صریح برای ۴۰۰ نسل، ۱۰۰ نسل غیر فعال و ۵۰۰۰۰ تاریخچه در هر نسل انجام شده است.

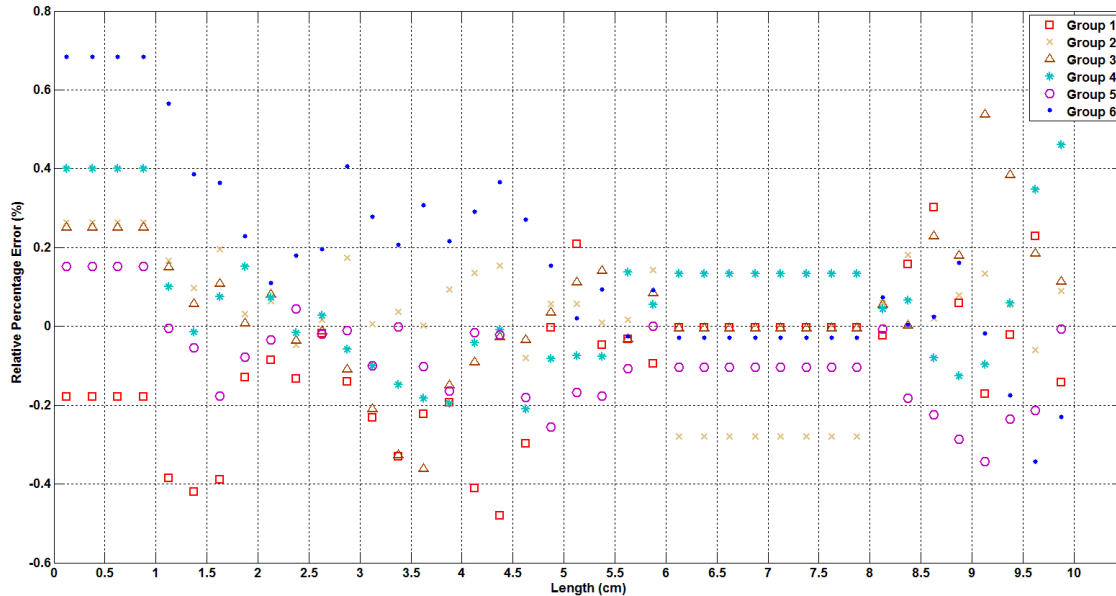
جدول شماره ۲۶: مقادیر ضریب تکثیر بدست آمده از کدهای MC3-1D و MCNP4C برای آزمون هشتم

K	MCNP4C	St.dev	MC3	St.dev	Rel.Error(pcm)
SLAB	1.56791	0.00036	1.56807	0.00028	10

در شکل‌های زیر نتایج شار متوسط حجمی، شار متوسط سطحی و جریان سطحی بدست آمده از دو کد MC3-1D و MCNP4C مقایسه شده‌اند.

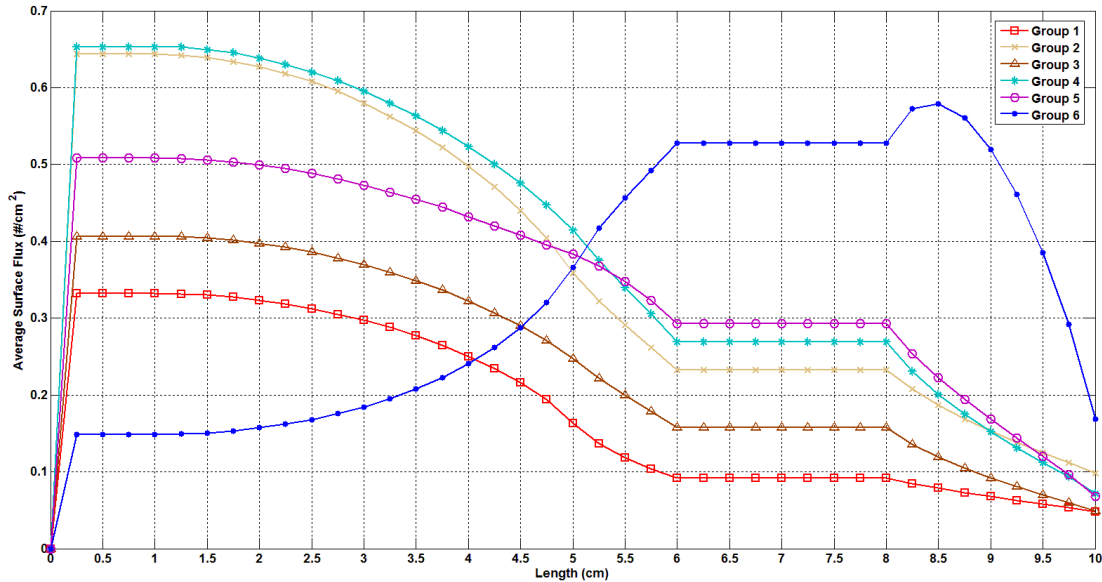


شکل ۱۵: شار متوسط حجمی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D

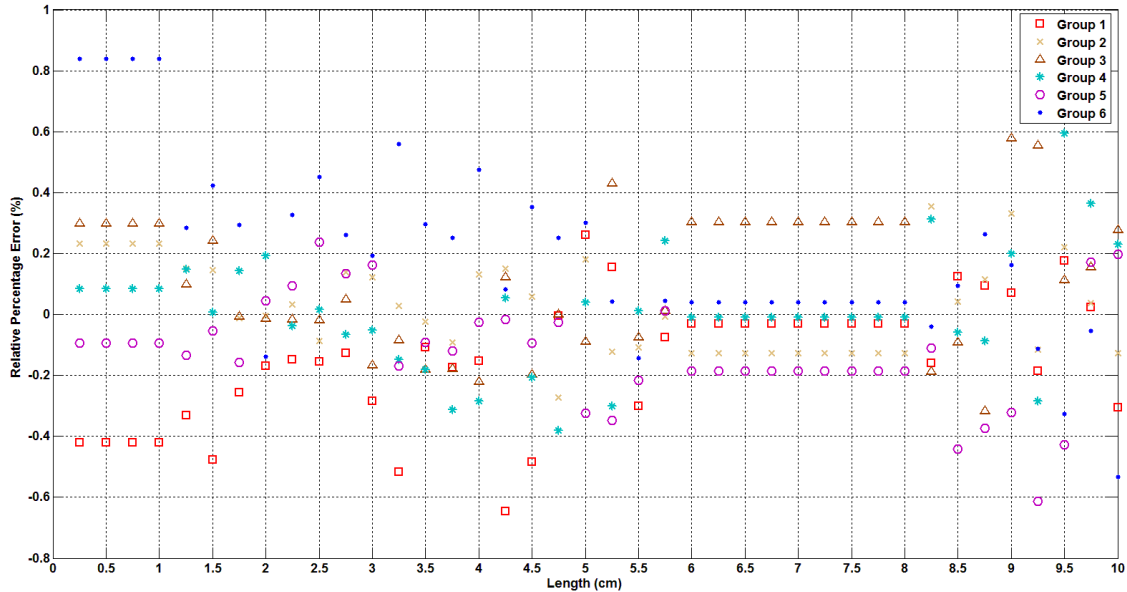


شکل ۱۶: درصد خطای نسبی شار متوسط حجمی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C

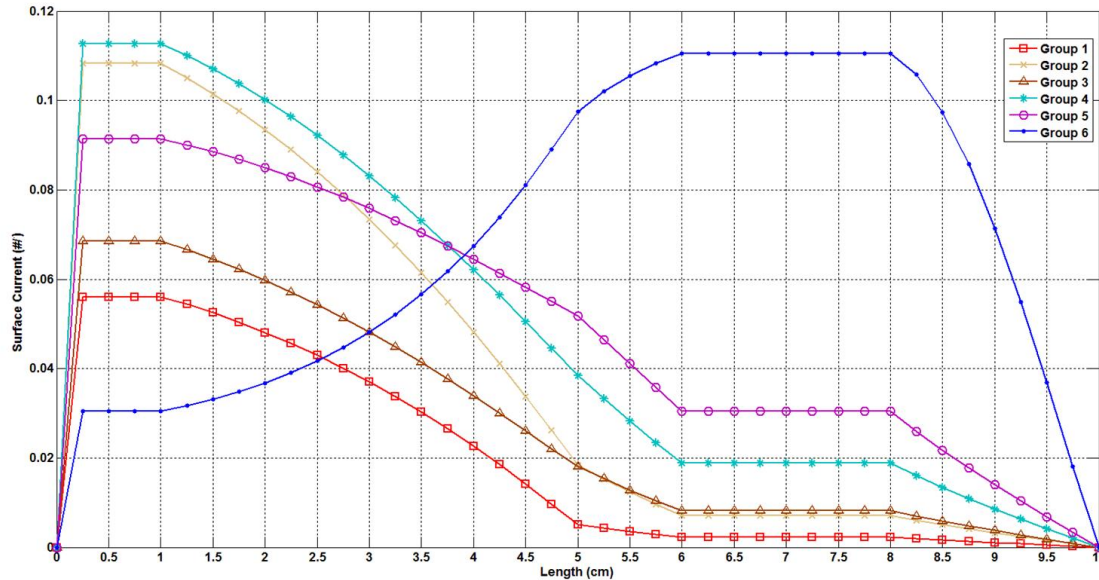




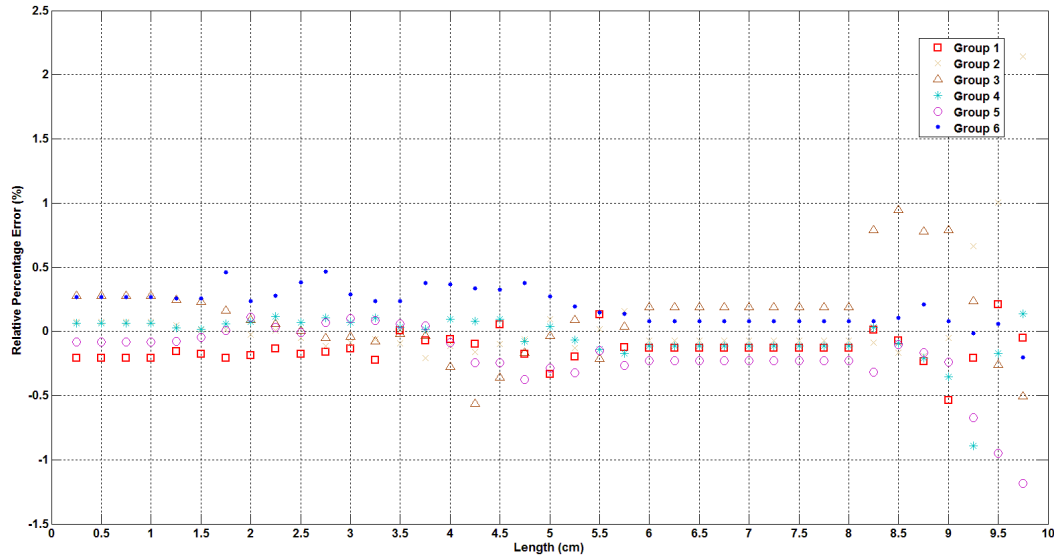
شکل ۱۷: شار متوسط سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D



شکل ۱۸: درصد خطای نسبی شار متوسط سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C

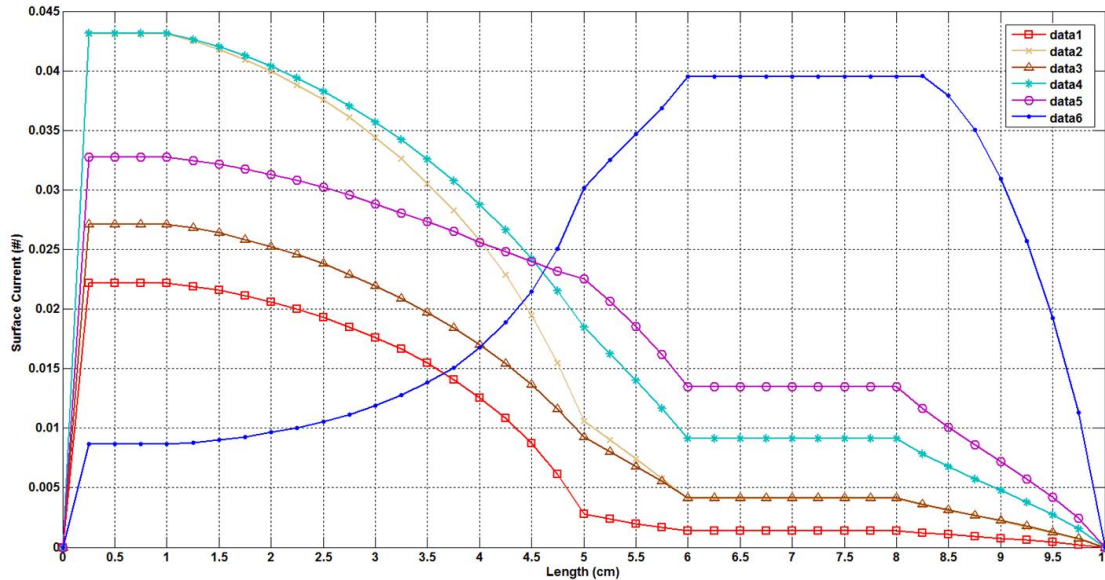


شکل ۱۹: جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D برای بازه زاویه ای  $-1.0 \leq \mu < -0.5$

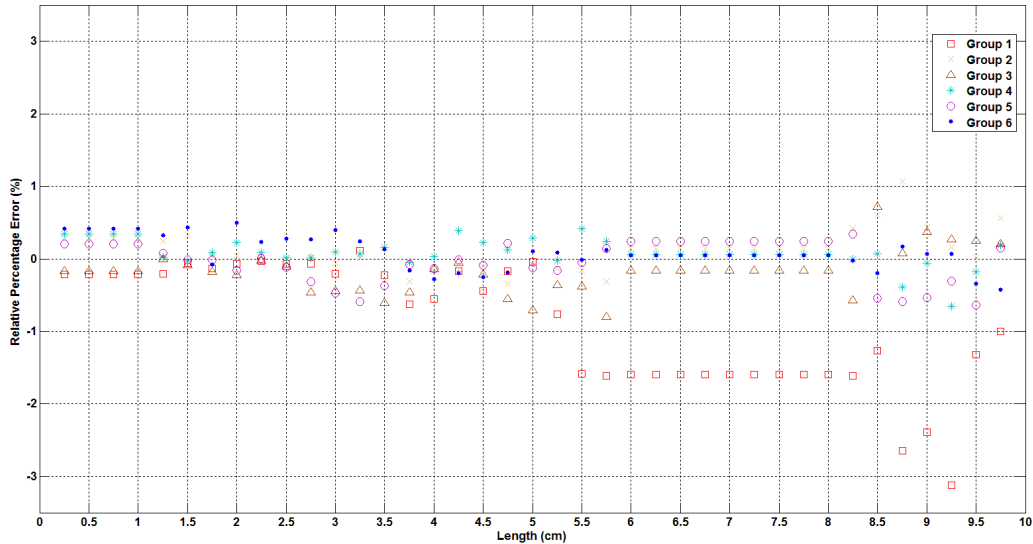


شکل ۲۰: درصد خطای نسبی جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C برای بازه زاویه‌ای

$$-1.0 \leq \mu < -0.5$$

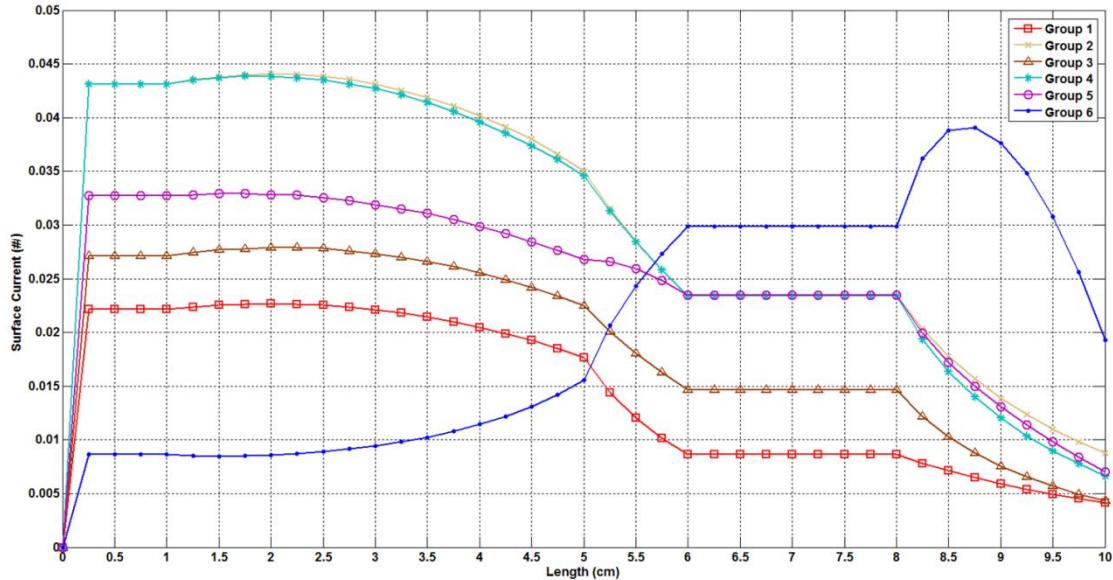


شکل ۲۱: جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D برای بازه زاویه‌ای  $-0.5 \leq \mu < 0.0$

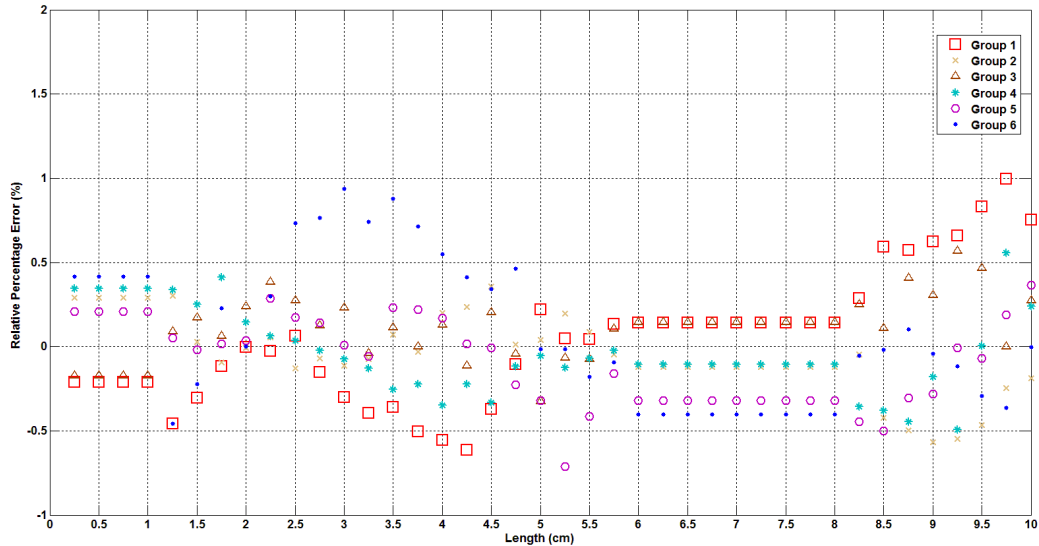


شکل ۲۲: درصد خطای نسبی جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C برای بازه

$$-0.5 \leq \mu < 0.0$$



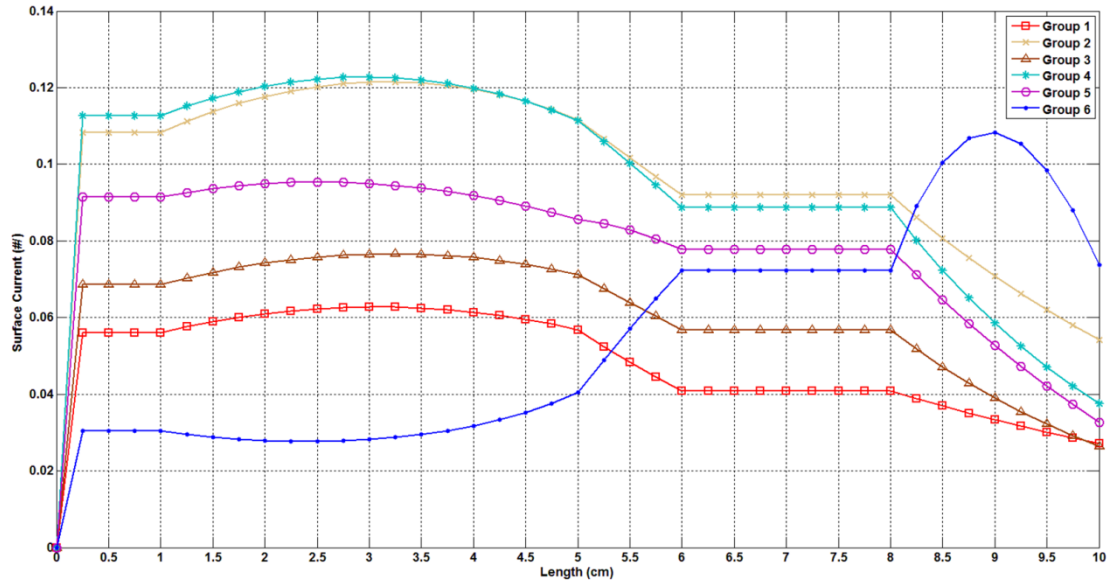
شکل ۲۳: جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D برای بازه زاویه‌ای  $0.0 \leq \mu < 0.5$



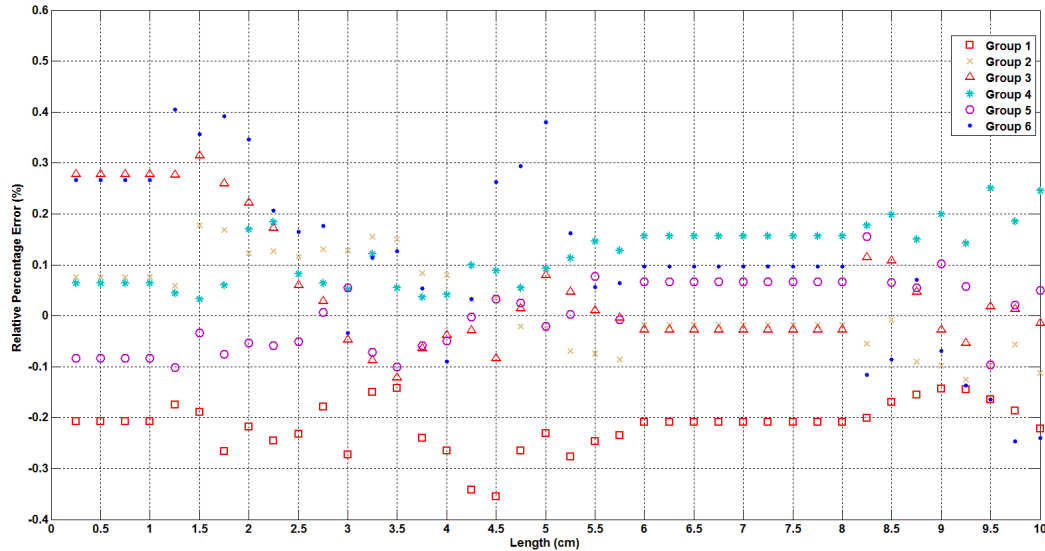
شکل ۲۴: درصد خطای نسبی جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C برای بازه زاویه‌ای

$$0.0 \leq \mu < 0.5$$



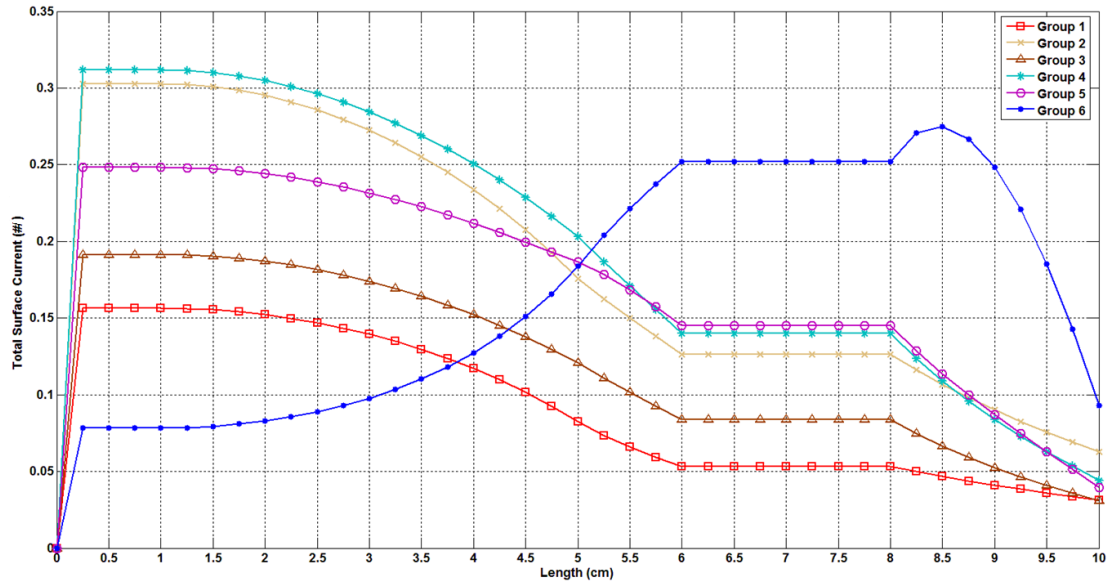


شکل ۲۵: جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D برای بازه زاویه‌ای  $0.5 \leq \mu < 1.0$

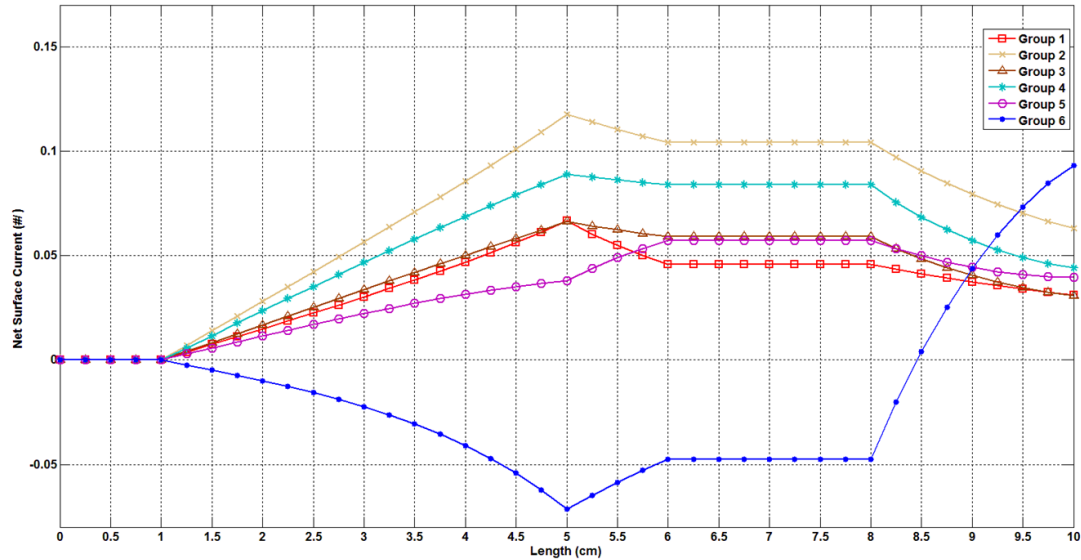


شکل ۲۶: درصد خطای نسبی جریان سطحی محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D و کد MCNP4C برای بازه زاویه‌ای

$$0.5 \leq \mu < 1.0$$



شکل ۲۷: جریان سطحی کل محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D



شکل ۲۸: جریان سطحی خالص محاسبه شده بوسیله کد MC3-1D

نتایج توافق بسیار خوب دو کد MC3 و MCNP4C را در محاسبات نشان می‌دهد. خطای نسبی محاسبات (نسبت به نتایج MCNP4C) برای کد MC3 در اکثر موارد کمتر از ۱٪ می‌باشد که بخشی از آن بدلیل ماهیت آماری دو کد و بخشی دیگر مربوط به دقت اعداد اعشاری بکار رفته در محاسبات و همچنین تفاوت در مولد اعداد تصادفی در دو کد است.

## ۲۱- نتیجه گیری

انجام ترابرد نوترون با استفاده از روش مونت کارلو نیازمند پیاده سازی جنبه‌های مختلف فیزیک برخورد ذرات و مدل-سازی هندسه آن می‌باشد. در این گزارش مقدمات لازم برای بخش‌های مختلف مورد نیاز در کدهای مونت کارلو با پیاده-سازی یک کد مونت کارلوی یک بعدی، چند ناحیه‌ای و چند گروهی فراهم شده است. نتایج این گزارش حاکی از دقت مناسب کد MC3-1D برای محاسبات بحرانیته سیستم‌های یک بعدی تیغه‌ای، استوانه‌ای و کروی می‌باشد. این کد قابلیت بکارگیری سطح مقاطع گروهی با در نظر گرفتن ناهمسانگردی پراکندگی بصورت بسط چندجمله‌ای لژاندر را دارا می‌باشد. باید توجه داشت در کدهای مونت کارلو فیزیک واقعی ترابرد ذرات شبیه‌سازی می‌شود از اینرو فراهم آوردن اطلاعات معنادار همچون مثبت بودن توابع توزیع ضروری می‌باشد.

## ۲۲- مراجع

1. Glasstone, S., George I. B. "Nuclear Reactor Theory", 1970
2. Sobol, I. M. "A Primer for the Monte Carlo Method", 1994
3. Dunn, W.L., Shultis, J.K. "Exploring Monte Carlo methods", Elsevier, 2012
4. Carter, L. L., Cashwell, E. D. "Particle Transport Simulation With Monte Carlo Method", LANL Alamos Scientific Laboratory, 1975
5. Brown, F.B. "A Review Of Best Practices For Monte Carlo Criticality Calculation", LANL, LA-UR-09-05623
6. John, C. W., Everett, L. R., Scott, P. P., John, S. H., "MCNP: Multigroup/Adjoint Capabilities", LA-12704 , 1994
7. "A General Monte Carlo N-Particle Transport Code, Version 5 Volume I: Overview and Theory", 2003

8. "MCNP5 A General Monte Carlo N-Particle Transport Code, Version 5 Volume II: User's Guide"
9. Sood, A., Forster, R. A., Parsons, D. K., "Analytical Benchmark Test Set for Criticality Code Verification", 2003 , LA-UR-01-3082