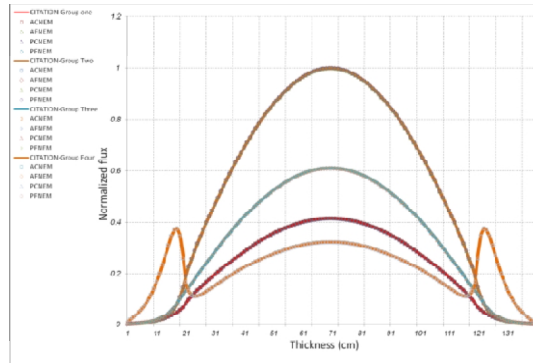


کد محاسباتی یک بعدی پخش نوترون با استفاده از روش های نودال بسط شار



گزارش فنی Nodex-1D

بسته هفتم - ویرایش ۰ - مهر ۱۳۹۲

ANC-TEC-DES-NE-100

فهرست مطالب

- ۱- چکیده ۷
- ۲- کلیدواژه ۸
- ۳- اختصارات ۹
- ۴- مقدمه ۱۰
- ۵- دامنه گزارش ۱۲

۶- رهیافت‌های حل معادله پخش نوترون ۱۳

۷- روش حل نودال بسط شار ۱۷

۸- بررسی نمونه‌های محاسباتی و راستی‌آزمایی ۶۴

۹- نتیجه‌گیری ۸۹

۱۰- مراجع ۹۲

لیست شکل‌ها

- شکل ۱: نمونه نمادگذاری شارها در دو نود مجاور..... ۲۸
- شکل ۲: الگوریتم به کار گرفته شده در روش‌های حل نودال بسط شار..... ۶۳
- شکل ۳: هندسه نمونه محاسباتی کانگ..... ۶۵
- شکل ۴: شار نوترون‌های سریع نرمالیزه شده..... ۶۹
- شکل ۵: شار نوترون‌های حرارتی نرمالیزه شده..... ۷۰
- شکل ۶: مقادیر درصد خطای نسبی شار سریع نسبت به کد CITATION..... ۷۲
- شکل ۷: مقادیر درصد خطای نسبی شار حرارتی نسبت به کد CITATION..... ۷۳
- شکل ۸: مقایسه شار نوترونی گروه‌های مختلف انرژی..... ۷۹

شکل ۹: آرایش هندسی مجتمع‌های سوخت راکتور BIBLIS-2D..... ۸۱

شکل ۱۰: آرایش هندسی یک بعدی مجتمع‌های سوخت قلب راکتور BIBLIS..... ۸۴

لیست جدول‌ها

- جدول شماره ۱: سطوح مقاطع دو گروهی سوخت و کند کننده ۶۶
- جدول شماره ۲: مقادیر ضریب تکثیر موثر حاصل از کدها ۶۷
- جدول شماره ۳: سطوح مقاطع قلب راکتور و بازتابنده ۷۵
- جدول شماره ۴: مقادیر ضریب تکثیر موثر حاصل از کدها ۷۷
- جدول شماره ۵: سطوح مقاطع دو گروهی مجتمع‌های سوخت قلب راکتور BIBLIS-2D ۸۲
- جدول شماره ۶: مقادیر ضریب تکثیر موثر حاصل از کدها ۸۶
- جدول شماره ۷: مقادیر درصد خطای نسبی توان نرمال شده به متوسط نسبت به مرجع ۸۸

۱- چکیده

هدف از انجام این پروژه، پیاده‌سازی و بکارگیری روش‌های نودال بسط شار در حل معادله پخش نوترون چند گروهی در مختصات کارتزین یک بعدی می‌باشد. روش بسط شار یکی از روش‌های مشهور نودال جهت حل معادله پخش نوترون است که در این روش، توزیع شار در هر نود (المان) بصورت بسط چند جمله‌ای در نظر گرفته می‌شود. ضرایب مجهول این بسط نیز بر حسب پارامترهای هر نود، شامل شار نود و جریان یا شار سطوح بدست می‌آیند. این روش خود شامل مجموعه روش‌های جریان متوسط، شار متوسط، جریان نقطه‌ای و شار نقطه‌ای می‌باشد. در این گزارش، ابتدا کلیات و تاریخچه‌ای از این روش ارائه گردیده و در ادامه، روش‌های حل مذکور، نوع فرمول‌بندی و الگوریتم موردنیاز

جهت حل معادله پخش، ارائه و مورد بررسی قرار می‌گیرند. در آخر، چند نمونه محاسباتی یک بعدی و چند گروهی جهت راستی‌آزمایی روش‌های مورد بحث و بسته تهیه شده، ارائه می‌گردند.

۲- کلیدواژه

روش‌های نودال بسط شار - معادله پخش نوترون - ضریب تکثیر موثر.

۳- اختصارات

توضیح	عبارت اختصاری	عبارت
روش نودال بسط شار - جریان متوسط	ACNEM	Average Current Nodal Expansion Method
روش نودال بسط شار - شار متوسط	AFNEM	Average Flux Nodal Expansion Method
روش نودال بسط شار - جریان نقطه ای	PCNEM	Point Current Nodal Expansion Method
روش نودال بسط شار - شار نقطه ای	PFNEM	Point Flux Nodal Expansion Method
مجتمع سوخت	FA	Fuel Assembly

۴- مقدمه

اصلی‌ترین و مهم‌ترین مسئله در فیزیک راکتور را می‌توان به سادگی اینگونه بیان کرد: محاسبه جمعیت نوترون‌های با انرژی دلخواه در زمان t و در مکان دلخواه در راکتوری با ترکیب مشخص از مواد. با محاسبه تعداد این نوترون‌ها، می‌توان توزیع شار و متعاقباً توان را در فضای قلب راکتور محاسبه کرد. دانستن توزیع مکانی دقیق توان، برای طراحی و تحلیل راکتورها ضروری است. همچنین در تلاش به منظور حل مسائل ایمنی راکتور که از سناریوهای فرضی یا عملی حوادث در نیروگاه پدید آمده‌اند، داشتن طیف دقیق توزیع توان در همه ابعاد، اجتناب ناپذیر است. کاملترین توصیف جمعیت نوترونی توسط کمیت "چگالی زاویه‌ای نوترون" یا همان "شار زاویه‌ای نوترون" بیان می‌شود. با ایجاد توازن بین مکانیسم‌هایی که منجر به تولید یا حذف نوترون از یک حجم دلخواه می‌شود، می‌توان به راحتی معادله‌ای برای چگالی

نوترون به دست آورد. معادله حاصله که معادله ترابرد نام دارد، توصیف دقیقی از حرکت نوترون‌ها به دست می‌دهد و از لحاظ نظری با معلوم بودن سطح مقطع‌ها، قابل حل است. اگرچه در عمل، حل تحلیلی این معادله دیفرانسیل - انتگرالی که تابعی از هفت متغیر (مکان، انرژی، جهت حرکت نوترون و زمان) است، مادامیکه فرض‌های ساده‌سازی در نظر گرفته نشوند، دشوار می‌باشد.

اگرچه روش‌های عددی متعددی برای حل معادله ترابرد ارائه شده است، این روش‌ها همچنان نیاز به ساده‌سازی‌های مختلف دارند تا علیرغم هزینه بالای محاسبات، به صورت عملی قابل استفاده باشند. بر این اساس احساس می‌شود که برای حل معادله ترابرد نوترون در یک راکتور، باید معادله را به شکلی ساده‌تر تبدیل کرد، شکلی که بتواند به صورت کارآمد در یک برنامه کامپیوتری مورد استفاده قرار گیرد. این ساده‌سازی‌ها در وابستگی معادله به متغیرهای مستقلش

و ارائه یک تقریب، ممکن می‌گردد. یکی از این تقریب‌ها، تقریب پخش است که در آن حرکت و اندرکنش‌های نوترون اعم از جذب، پراکندگی و نشت با فرض اینکه پراکندگی نوترون‌ها در محیط بصورت همسانگرد صورت می‌پذیرد، مدل می‌گردد. پس برای تخمین ضریب تکثیر موثر و توزیع شار و توان نوترون‌ها در قلب راکتور، می‌توان معادله پخش نوترون را که بر اساس حفظ توازن نوترونی همراه با تعریف اندرکنش‌های نوترون در هر نود بیان می‌گردد، حل کرد.

۵- دامنه گزارش

در این گزارش، روش‌های نودال بسط شار شامل روش‌های جریان متوسط، شار متوسط، جریان نقطه‌ای و شار نقطه‌ای جهت حل معادله پخش نوترون چند گروهی و یک بعدی (در هندسه تیغه‌ای) مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل

از بسته محاسباتی تهیه شده برای تعدادی نمونه محاسباتی، ارائه و جهت راستی‌آزمایی نیز، با نتایج مراجع معتبر مقایسه می‌گردند.

۶- رهیافت‌های حل معادله پخش نوترون

طی چند دهه گذشته، تلاش زیادی صرف توسعه روش‌های مختلف حل معادله پخش نوترون شده است. کدهای مبتنی بر حل معادله پخش نوترون قادرند متناسب با مفروضات خود، رفتار نوترونی درون قلب راکتور را پیش‌بینی کرده، اطلاعات لازم جهت محاسبات در زمینه‌های بحرانی شدن راکتور، ترموهیدرولیک و مصرف سوخت را فراهم آورند و بدین خاطر به شکلی گسترده در طراحی و بهره‌برداری نیروگاه‌های هسته‌ای به کار گرفته می‌شوند.

از روش‌های حل معادله پخش، روش‌های حل اختلاف محدود، المان محدود و نودال را می‌توان نام برد. مزیت اصلی روش‌های اختلاف محدود و المان محدود در قابلیت کارکرد آن در هندسه‌های غیرمنظم است. ولی یکی از مسائل مورد توجه در محاسبات قلب راکتور، زمان حل معادله پخش می‌باشد. در روش حل اختلاف محدود، به منظور بدست آوردن دقت قابل قبول، می‌بایستی هر مجتمع سوخت را به چندین مش تقسیم کرد که این مسأله باعث می‌شود تعداد مجهولات و حجم مسأله بالایی داشته باشیم و متعاقباً زمان حل معادله، افزایش چشمگیری خواهد داشت. این عیب در مسائلی مانند بهینه‌سازی چیدمان مجتمع‌های سوخت در قلب راکتور و محاسبات در طول دوره بهره‌برداری راکتور قابل توجه است.

یکی از مؤثرترین راه‌ها جهت کاهش حجم محاسبات، کاهش مجهولات به خصوص مجهولات تابع مکان است. اساس روش نودال که مورد بحث این گزارش می‌باشد، بر انتگرال‌گیری از معادله پخش نوترون و محاسبه شار متوسط در هر مش (که در این روش نود نامیده می‌شود)، استوار است. روش حل نودال به شکلی ساده، ساختاری شبیه روش اختلاف محدود دارد. لکن، روش حل نودال به علت استفاده از تراز نوترونی در هر نود، قابلیت حل معادله با مش‌های به اندازه حدود یک مجتمع سوخت همراه با ارائه دقت قابل قبول را داراست. این امر باعث کاهش قابل‌ملاحظه تعداد مجهولات در روش‌های نودال می‌شود. در نتیجه، زمان محاسبه یک مسئله با روش نودال، بسیار کمتر از زمان متناظر در حل با روش اختلاف محدود با دقت یکسان می‌باشد. علاوه بر آن، روش حل نودال به خوبی قابلیت گسترش به مسائل با تعداد گروه‌های انرژی زیاد را دارد. پس امتیاز اصلی این روش، سرعت بالای آن در محاسبه و حصول به جواب موردنیاز است. روش

حل نودال به صورت کلی، به دو نوع تحلیلی و بسط شار تقسیم‌بندی می‌گردد. در حل تحلیلی، معادله پخش نوترون بصورت تحلیلی حل می‌شود. در مسائل دو و سه بعدی، این حل با تقریب جمله نشت متقاطع^۱ بصورت چند جمله‌ای همراه است. این روش دقت بالایی دارد، اما برای نمونه‌های چند گروهی، حجم بزرگ معادلات و محاسبات را می‌طلبد که این امر باعث افزایش نسبی زمان اجرای کد می‌گردد. نمونه کد محاسباتی از این روش، کد PARCS است. در روش دیگر حل نودال، بسط شار، توزیع شار در هر نود با یک چندجمله‌ای بیان می‌گردد که در نوع بسط شار مرتبه صفر، این چندجمله‌ای درجه دو انتخاب می‌شود و برای محاسبه ضرایب ضروری در این روش، چندجمله‌ای‌ها باید شرایط تراز نوترونی در هر نود و پیوستگی شار و مؤلفه عمودی جریان در سطوح را ارضاء کنند.

^۱ Transverse leakage

۷- روش حل نودال بسط شار

۷-۱- مروری بر تحقیقات و مقالات مرتبط

روش حل نودال، عنوان کلی برای دسته بزرگی از روش‌های نودال است که در حالات مختلف یک، دو و سه بعدی، در هندسه‌های مستطیلی و هگزاگونال و با تقریب‌های گوناگون برای توزیع شار، توسط پژوهشگران ابداع شده و توسعه یافته است.

Hoxie در سال ۱۹۸۲ روش حل تحلیلی نودال و نظریه هم‌ارزی نودال را برای ارزیابی یک راکتور PWR غیرهمگن به کار بسته و بازسازی شار را با روش تابع شکل^۲ در نودهای غیرهمگن بررسی کرده است [۱]. روش اخیر همچنین توسط Casctrillon در سال ۱۹۸۴ برای بازسازی شار و توان در راکتورهای دو و سه بعدی، به کار گرفته شده است [۲]. Jacqmin در سال ۱۹۹۱، روش نیمه‌تجربی ترکیبی نودال^۳ را ارائه داده است. در این روش در ابتدا با پرهیز از وابستگی زمانی معادله پخش، توزیع تقریبی شارهای گروهی حدس زده شده و سپس ضرایب وابسته به زمان در بازسازی شار، وارد می‌شوند [۳]. Smith در سال ۱۹۷۶، روش تحلیلی نودال^۴ را برای حل معادله پخش نوترون دو

^۲ Form Function Method

^۳ Semi-Experimental Nodal Synthesis Method

^۴ Analytic Nodal Method

گروهی، چند بعدی در حالات گذرا و ثابت مورد بررسی قرار داده است. این روش، با انتگرال زمانی تتا^۵، به حالت وابسته به زمان بسط پیدا کرده است [۴]. در روش حل تحلیلی، از حل تحلیلی معادله پخش یک بعدی با فرض چند جمله‌ای درجه دو به منظور تقریب جمله نشت، بهره گرفته شده [۴، ۵] و Hebert در سال ۲۰۰۸ با ساده‌سازی این روش، آن را به حالت چندگروهی نیز تعمیم داده است [۶].

روش حل نودال بسط شار^۶ توسط Putney [۷]، در سال ۱۹۸۴ برای هندسه‌های مستطیلی و هگزاگونال، به تفصیل مورد ارزیابی قرار گرفته است و در سال ۲۰۰۶ نیز با توابع نوینی برای حدس توزیع شار درون نودها در هندسه

^۵ Theta Time-Integration method

^۶ Nodal Expansion Method

هگزاگونال توسط Xia و همکارانش ارائه شده است [۷, ۸]. روش چند جمله‌ای نودال^۷ نیز توسط Zimin و همکاران در سال ۲۰۰۱ برای هندسه هگزاگونال استفاده گردیده که در آن شش ضلعی‌ها به مستطیل نگاشت شده و معادلات حاصله با تقریب مرتبه چهار شار و تبدیل به توابع متعامد، حل می‌شوند [۹].

همچنین Azekura در سال ۱۹۹۱، به صورت ترکیبی، از روش اختلاف محدود برای توصیف توازن نوترونی در کل راکتور و روش نودال برای توصیف در درون نودها در هندسه کارتیزین و هگزاگونال، استفاده کرده است [۱۰]. کار مشابهی نیز، در سال ۲۰۰۸ توسط Han و همکاران برای حالت چندگروهی انجام شده است [۱۱]. همچنین Kim و

^۷ Polynomial Nodal Method

همکاران در سال ۲۰۰۳ با تزویج دو روش تحلیلی و بسط نودال تحت عنوان روش بسط تابع تحلیلی نودال^۸، قلب راکتور PBMR را مورد بررسی قرار داده‌اند [۱۲].

۷-۲- روش‌های حل نودال بسط شار مرتبه صفر

روش‌های حل نودال بسط شار، دسته‌ای از روش‌های نودال هستند که در آنها، معادله پخش نوترون با تعریف شار بصورت بسط چندجمله‌ای در هر نود و روش باقیمانده وزنی^۹، حل می‌گردد. یعنی:

$$\int_{\Pi^m} W_{gu}^{[k]} \left\{ -\text{div} D_g \nabla \phi_g + \Sigma_{tg} \phi_g - \sum_{g'=1}^G \Sigma_{gg'} \phi_{g'} - \frac{\chi_g}{k_{\text{eff}}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{fg'} \phi_{g'} \right\} d\Pi^m = 0 \quad (1-7)$$

^۸ Analytic Function Expansion Nodal Method

^۹ Weighted Residual Technique

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad g = 1, 2, \dots, G, \quad k = 0, 1, 2, \dots, K, \quad u = x, y, z.$$

با اعمال شرایط پیوستگی شار و جریان روی سطوح و استفاده از معادله (۷-۱)، ضرایب مورد نیاز محاسبه می‌شوند. در روش‌های حل نودال مرتبه صفر، چندجمله‌ای‌های استفاده شده برای تعریف شار در هر نود، درجه دو انتخاب می‌شوند. پس برای محاسبه ضرایب مجهول بسط شار، چندجمله‌ای‌ها باید شرایط صفر بودن معادله وزن‌دهی شده (۷-۱) در حالت مرتبه صفرام یعنی ($K=0$)، بالانس نوترونی در هر نود و پیوستگی شار و مؤلفه عمودی جریان در سطوح را ارضاء کنند.

چهار گونه پایه از روش نودال بسط شار، روش‌های شار نقطه‌ای^{۱۰}، شار متوسط^{۱۱}، جریان متوسط^{۱۲} و جریان نقطه‌ای^{۱۳} می‌باشند. در روش‌های نقطه‌ای، چندجمله‌ای‌ها به مقدار شار در نقاط مرکزی هر نود و سطوح آن، برازش می‌شوند. در حالی که در روش‌های متوسط، چندجمله‌ای‌ها به مقدار متوسط شار در هر نود و روی سطوح آن برازش می‌شوند. در روش‌های مبتنی بر شار، معادله انتگرالی پخش نوترونی مستقیماً روی توزیع چندجمله‌ای شار اعمال می‌شود. اما در روش‌های مبتنی بر جریان، از معادله پایستگی نوترون استفاده می‌گردد و شار روی سطوح نودها با جریان‌های جزئی سطح، جایگزین می‌شوند. سپس با استفاده از تقریب پخش، یک مجموعه معادلات اضافی برای محاسبه جریان‌های

^{۱۰} Point Flux Method

^{۱۱} Average Flux Method

^{۱۲} Average Current Method

^{۱۳} Point Current Method

جزئی به دست می‌آید. همچنین، شرایط پیوستگی در روش‌های نقطه‌ای به صورت نقطه به نقطه و در روش‌های متوسط به صورت انتگرالی، اعمال می‌گردد. آنگاه معادلات بدست آمده، از مجموعه‌ای از روابط در هر نود تشکیل می‌شوند که از طرفی مقدار (نقطه‌ای یا متوسط) شار را در هر نود، به مقدار (نقطه‌ای یا متوسط) جریان‌های جزئی یا شار (بسته به نوع روش) روی سطوح و از طرف دیگر با ارائه مجموعه‌ای از معادلات شار یا جریان‌های سطحی، نودهای مجاور را به یکدیگر مرتبط می‌کنند. این معادلات می‌توانند جریان‌ها و یا شارهای سطحی ظاهر شده در معادله بالانس نودال را با عباراتی بر حسب شارهای (متوسط یا نقطه‌ای) نودهای مجاور، حذف کنند و معادلاتی با ساختاری شبیه روش اختلاف محدود ارائه کنند که در آنها ضرایبی وابسته به جریان‌ها و شارهای سطحی وجود خواهند داشت. این ضرایب می‌توانند همگام با روش‌های متعارف تعیین منبع شکافت، در هر بار تکرار برنامه، به‌روزرسانی شوند.

۷-۲-۱- دستگاه مختصات در روش نودال

به منظور انجام محاسبات نودال، می‌بایست مجموعه‌ای از محورها را در راستای متغیرهای مستقل، تعیین کرد. در هندسه تیغه‌ای تک بعدی، متداول‌ترین کار، استفاده از محور کارتیزین ($u=x$) می‌باشد. کار بر روی معادلات با تعریف متغیرهای بدون بعد زیر، آسان‌تر می‌شود:

$$\xi_u = \frac{u}{h_u^m} \quad (۲-۷)$$

که h_u^m ضخامت نود m در راستای u می‌باشد. در ادامه با پایه قرار دادن محور کارتیزین، نمادگذاری‌های بعدی را قرارداد می‌کنیم:

Γ_{us}^m : سطح چپ ($s=1$) / سطح راست ($s=2$) در راستای u در نود Π^m

Φ_g^m : شار متوسط گروه انرژی g در نود Π^m

Φ_g^m : شار گروه انرژی g در نقطه مرکزی نود Π^m

Ψ_{gus}^m : شار متوسط گروه انرژی g روی سطح Γ_{us}^m

Ψ_{gus}^m : شار گروه انرژی g در نقطه مرکزی سطح Γ_{us}^m

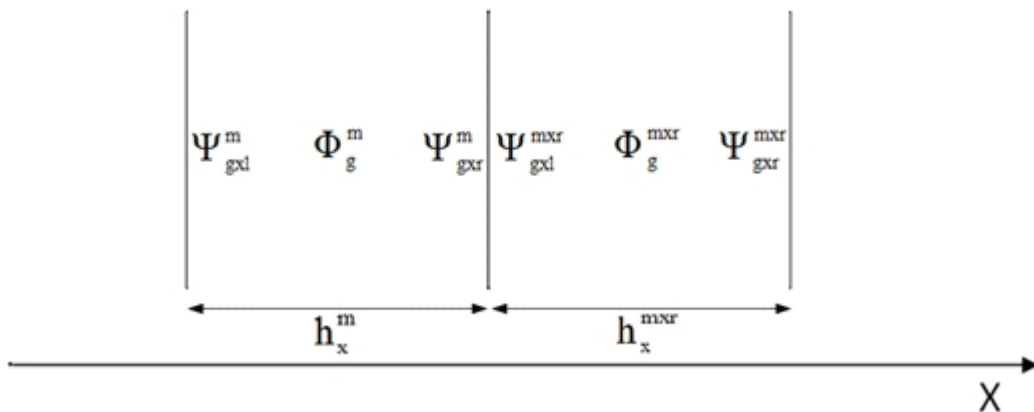
J_{gus}^{+m} , J_{gus}^{-m} : جریان‌های متوسط جزئی گروه انرژی g خارج شونده (+) و داخل شونده (-) از و به سطح Γ_{us}^m

Γ_{us}^m : جریان‌های جزئی گروه انرژی g خارج شونده (+) و داخل شونده (-) از و به در نقطه مرکزی سطح Γ_{us}^m J_{gus}^{+m} J_{gus}^{-m}

λ_{gus}^m : مقدار شرط مرزی روی سطح Γ_{us}^m

Π^{mus} : نود مجاور با Π^m از طرف سطح Γ_{us}^m

شکل (۱)، نمونه‌ای از نمادگذاری شارها و نیز جهت‌های قراردادی را در دو نود مجاور در دستگاه مختصات کارتیزین یک بعدی نشان می‌دهد.



شکل ۱: نمونه نمادگذاری شارها در دو نود مجاور

۷-۲-۲- روش شار نقطه‌ای

این روش اولین بار توسط Langenbuch و دیگران. [۱۳, ۱۴] به عنوان یک روش مش بزرگ، ارائه شد و بعداً توسط Rydin و Sullivan [۱۵] مورد تحقیق بیشتر قرار گرفت. این روش بر مبنای معادله پخش نوترون که در حجم هر نود انتگرال گرفته شده است، استوار می‌باشد:

$$-\sum_{s=1,r} \frac{1}{h_u^m} D_g^m \nabla \phi_{gs}^m + \sum_{rg}^m \Phi_g^m = \sum_{g'=1}^G \sum_{g' \neq g}^m \Sigma_{gg'}^m \Phi_{g'}^m + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{fg'}^m \Phi_{g'}^m \quad (۳-۷)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad g = 1, 2, \dots, G.$$

در این روش، توزیع چندجمله‌ای (۷-۴) برای شار نوترون در هر نود در نظر گرفته می‌شود:

$$\phi_g(\xi_u) = A_g [1 + a_{gu}\xi_u + b_{gu}\xi_u^2] \quad (4-7)$$

سپس با استفاده از این بسط شار، مقادیر شار مرکز نود و همچنین مراکز سطوح را تعریف می‌کنیم:

$$\phi_g(0) = A_g$$

$$\phi_g\left(-\frac{1}{2}\right) = \psi_{gul}^m$$

$$\phi_g\left(\frac{1}{2}\right) = \psi_{gur}^m \quad (5-7)$$

با استفاده از روابط (5-7) ضرایب A_g ، a_{gu} و b_{gu} بصورت رابطه (6-7) بدست می‌آیند.

$$A_g = \phi_g^m$$

$$a_{gu} = \frac{\psi_{gur}^m - \psi_{gul}^m}{\phi_g^m}$$

$$b_{gu} = 2 \left\{ \frac{\psi_{gur}^m + \psi_{gul}^m - 2\phi_g^m}{\phi_g^m} \right\} \quad (6-7)$$

با استفاده از بسط شار (۴-۷)، شار متوسط نود بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\Phi_g^m = \frac{1}{V^m} \int_{\Pi^m} \phi_g d\Pi^m = \phi_g^m \left[1 + \frac{1}{6} b_{gu} \right] = \frac{1}{6} [\psi_{gul}^m + \psi_{gur}^m + 4\phi_g^m] \quad (7-7)$$

برای جمله نشت هم رابطه (۸-۷) را داریم:

$$-\sum_{s=1,r} \frac{1}{h_u^m} D_g^m \nabla \phi_{gs}^m = \left\{ 2\varphi_g^m \frac{b_{gu}}{h_u^m} \right\} = 4 \left\{ \frac{\psi_{gur}^m + \psi_{gul}^m - 2\varphi_g^m}{h_u^m} \right\} \quad (8-7)$$

بدین ترتیب با جایگذاری روابط به دست آمده برای شار متوسط نود و جمله نشت که فقط به مقادیر شار در نقاط مرکزی نود و سطوح مرتبط هستند، معادله پخش نوترون به شکل (۹-۷) بدست می‌آید:

$$-4D_g^m \left\{ \frac{\psi_{gur}^m + \psi_{gul}^m - 2\varphi_g^m}{h_u^m} \right\} + \sum_{rg}^m \frac{1}{6} \left[\sum_{s=1,r} \psi_{gus}^m + 4\varphi_g^m \right] =$$

$$\sum_{g' \neq g}^G \sum_{gg'}^m \frac{1}{6} \left[\sum_{s=1,r} \psi_{g'us}^m + 4\varphi_{g'}^m \right] + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{fg'}^m \frac{1}{6} \left[\sum_{s=1,r} \psi_{g'us}^m + 4\varphi_{g'}^m \right]$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad g = 1, 2, \dots, G. \quad (9-7)$$

معادله (9-7) به معادله توازن (تراز) نودال^{۱۴}، معروف است و رابطه‌ای برای شار در سه نقطه هر نود، ارائه می‌دهد. برای حل این معادله، مجموعه‌ای از معادلات دیگر (کمکی) نیاز است تا شار سطوح و شار نودهای مجاور را به یکدیگر مرتبط کند. بدین منظور، شروط پیوستگی شار و جریان نرمال خالص را اعمال می‌کنیم. پیوستگی شار در سطوح مشترک نودهای مجاور لازم می‌دارد که:

$$\Psi_{gur}^m = \Psi_{gul}^{mur}$$

^{۱۴} Nodal Balance Equation

9

$$\psi_{gul}^m = \psi_{gur}^{mul}$$

همچنین شرط پیوستگی جریان نرمال خالص را داریم:

$$\frac{D_g^m}{h_u^m} [-3\psi_{gul}^m + 4\phi_g^m - \psi_{gur}^m] = \frac{D_g^{mul}}{h_u^{mul}} [3\psi_{gur}^{mul} - 4\phi_g^{mul} - \psi_{gul}^{mul}]$$

9

$$\frac{D_g^m}{h_u^m} [-3\psi_{gur}^m + 4\phi_g^m - \psi_{gul}^m] = \frac{D_g^{mur}}{h_u^{mur}} [3\psi_{gul}^{mur} - 4\phi_g^{mur} - \psi_{gur}^{mur}] \quad (10-7)$$

حال اگر Γ_{us}^m سطح مرزی باشد:

$$\frac{D_g^m}{h_u^m} [-3\psi_{gus}^m + 4\phi_g^m - \psi_{gus'}^m] = \lambda_{gus}^m \psi_{gus}^m, (s' = 1, r, s' \neq s) \quad (11-7)$$

بدین ترتیب به رابطه‌ای می‌رسیم که شار روی سطح داخلی را اینگونه به دست می‌دهد:

$$\psi_{gus}^m = \frac{4 - \frac{\psi_{gus'}^m}{\phi_g^m}}{3 \left[1 + \frac{h_u^m}{h_u^{mus}} \frac{D_g^{mus}}{D_g^m} \right]} \phi_g^m + \frac{4 - \frac{\psi_{gus}^{mus}}{\phi_g^{mus}}}{3 \left[1 + \frac{h_u^{mus}}{h_u^m} \frac{D_g^m}{D_g^{mus}} \right]} \phi_g^{mus} \quad (12-7)$$

و هنگامی که سطح مورد نظر مرزی باشد، نیز داریم:

$$\psi_{\text{gus}}^m = \frac{\left[4 - \frac{\psi_{\text{gus}}^m}{\phi_{\text{g}}^m} \right]}{3 \left[1 + \lambda_{\text{gus}}^m \frac{h_u^m}{D_{\text{g}}^m} \right]} \phi_{\text{g}}^m \quad (7-13)$$

بدین شکل با استفاده از روابط (7-12 و 7-13) و حدس قبلی برای مقادیر شار مرکزی نود ϕ_{g}^m ، می‌توان از رابطه (7-9) برای بدست آوردن مقدار جدید ϕ_{g}^m استفاده کرد.

۷-۲-۳- روش شار متوسط

ایراد اصلی روش شار نقطه‌ای آن است که با توزیع چندجمله‌ای ارائه شده برای شار، مقدار شار متوسط در هر نود هم وابسته به مقدار شار در مرکز نود و هم مقادیر مراکز سطوح می‌باشد. بدین ترتیب نتیجه این خواهد بود که اولاً ماتریس‌های پراکندگی و شکافت، قطری نخواهند بود و حجم محاسبات بیشتری را برای منابع گروهی در هر نود نسبت به روش اختلاف محدود می‌طلبد و ثانیاً پس از آنکه معادلات حل شدند، محاسبات جدیدی نیاز است تا مقدار شار متوسط در هر نود، به دست آید.

روش شار متوسط با ارائه توزیع چندجمله‌ای که به مقادیر متوسط شار نود و سطوح آن برازش می‌شود، از این اشکال دوری می‌جوید. بدین صورت، معادلات نودال، مستقیماً بر حسب مقدار شار متوسط هر نود، بدست خواهند آمد. در این روش، بسط شار بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\phi_g(\xi_u) = A_g h_0 + a_{gu} h_1(\xi_u) + b_{gu} h_2(\xi_u) \quad (۱۴-۷)$$

که در آن توابع توزیع $h_i(\xi_u)$ چندجمله‌ای درجه i بر حسب ξ_u هستند و هر کدام از این توابع، توابعی متعامد در سراسر حجم نود Π^m ، محسوب می‌شوند. با استفاده از خواص توابع متعامد، این توابع بصورت زیر بدست می‌آیند.

$$h_0 = 1, \quad h_1(\xi_u) = \xi_u, \quad h_2(\xi_u) = \xi_u^2 - \frac{1}{12} \quad (۱۵-۷)$$

به منظور محاسبه ضرایب A_g ، a_{gu} و b_{gu} از تعریف شار متوسط در نود و سطوح آن بصورت (۷-۱۶)، استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{V^m} \int_{\Pi^m} \phi_g d\Pi^m = \Phi_g^m$$

$$\frac{1}{A_{us}^m} \int_{\Gamma_{us}^m} \phi_g d\Gamma_{us}^m = \Psi_{gus}^m \quad (۷-۱۶)$$

که در نتیجه خواهیم داشت:

$$A_g = \Phi_g^m$$

$$a_{gu} = \Psi_{gur}^m - \Psi_{gul}^m$$

$$b_{gu} = 3(\Psi_{gur}^m + \Psi_{gul}^m - 2\Phi_g^m) \quad (17-7)$$

در ادامه، طی فرایند مشابهی که در روش شار نقطه‌ای انجام شد، به معادله توازن نودال زیر می‌رسیم:

$$-6D_g^m \left\{ \frac{\Psi_{gur}^m + \Psi_{gul}^m - 2\Phi_g^m}{h_u^{m^2}} \right\} + \Sigma_{rg}^m \Phi_g^m = \sum_{g' \neq g}^G \Sigma_{gg'}^m \Phi_{g'}^m + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{fg'}^m \Phi_{g'}^m \quad (18-7)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad g = 1, 2, \dots, G.$$

اکنون مشابه روش شار نقطه‌ای، با اعمال شروط پیوستگی شار و جریان نرمال خالص، عبارات ظاهر شده در ترم نشت را به یکدیگر ارتباط می‌دهیم. اگر Γ_{ur}^m و Γ_{ul}^m سطوح داخلی باشند، شرط پیوستگی شار لازم می‌دارد که:

$$\Psi_{gur}^m = \Psi_{gul}^{mur}$$

$$\Psi_{gul}^m = \Psi_{gur}^{mul}$$

(۱۹-۷)

و در عین حال از شرط پیوستگی جریان نیز داریم:

$$\frac{D_g^m}{h_u^m} [-2\Psi_{gul}^m + 3\Phi_g^m - \Psi_{gur}^m] = \frac{D_g^{mul}}{h_u^{mul}} [2\Psi_{gur}^{mul} - 3\Phi_g^{mul} - \Psi_{gul}^{mul}]$$

9

$$\frac{D_g^m}{h_u^m} [-2\Psi_{gur}^m + 3\Phi_g^m - \Psi_{gul}^m] = \frac{D_g^{mur}}{h_u^{mur}} [2\Psi_{gul}^{mur} - 3\Phi_g^{mur} + \Psi_{gur}^{mur}]$$

(۲۰-۷)

و اگر Γ_{us}^m سطح مرزی باشد:

$$\frac{D_g^m}{h_u^m} \left[-2\Psi_{gus}^m + 3\Phi_g^m - \Psi_{gus'}^m \right] = \lambda_{gus}^m \Psi_{gus}^m, \quad (s' = l, r, s' \neq s) \quad (21-7)$$

با توجه به روابط بالا، شار متوسط سطحی بر حسب شار متوسط نودهای مجاور بصورت رابطه (۲۲-۷) بدست می‌آید:

$$\Psi_{gus}^m = \frac{3 - \frac{\Psi_{gus'}^m}{\Phi_g^m}}{2 \left[1 + \frac{h_u^m}{h_u^{mus}} \frac{D_g^{mus}}{D_g^m} \right]} \Phi_g^m + \frac{3 - \frac{\Psi_{gus}^{mus}}{\Phi_g^{mus}}}{2 \left[1 + \frac{h_u^{mus}}{h_u^m} \frac{D_g^m}{D_g^{mus}} \right]} \Phi_g^{mus} \quad (22-7)$$

و در سطوح مرزی نیز داریم:

$$\Psi_{\text{gus}}^m = \frac{3 - \frac{\Psi_{\text{gus}}^m}{\Phi_{\text{g}}^m}}{2 + \lambda_{\text{gus}}^m \frac{h_{\text{u}}^m}{D_{\text{g}}^m}} \Phi_{\text{g}}^m \quad (۲۳-۷)$$

هرچند روش بالا برای حل معادله توازن نوترونی به کار گرفته شده است، اما می توان به آن به عنوان روشی برای حل معادله پخش نوترون از طریق تعیین ناقص ضرایب توزیع چندجمله‌ای شار در هر نود و استفاده از ترکیبی از روش وزن-دهی باقیمانده‌ها و شرایط پیوستگی نیز نگریست.

۷-۲-۴- روش جریان متوسط

روش جریان متوسط، روش بسط نودالی است که توسط Finnemann و همکاران ابداع شده است [۱۶]. این روش بر مبنای انتگرال‌گیری از معادله پایستگی چندگروهی نوترون در هر نود، استوار است. معادله پایستگی چندگروهی نوترون به شکل رابطه (۷-۲۴) می‌باشد:

$$\sum_{s=1,r} \frac{1}{h_u^m} \{j_{gus}^{+m} - j_{gus}^{-m}\} + \sum_{rg} \Phi_g^m = \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \sum_{gg'} \Phi_{g'}^m + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{ig'} \Phi_{g'}^m \quad (۷-۲۴)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad g = 1, 2, \dots, G.$$

به منظور حل معادله بالا، به مجموعه اضافی از معادلات برای محاسبه جریان‌های متوسط جزئی $(j_{\text{gus}}^{+m}, j_{\text{gus}}^{-m})$ نیاز داریم. این معادلات با معرفی تقریب پخش و بیان شار نوترونی در هر نود با تقریب چندجمله‌ای موجود در روش شار متوسط، بدست می‌آیند. طبق قانون فیک، در سطح Γ_{ul}^m داریم:

$$j_{\text{gul}}^{+m} - j_{\text{gul}}^{-m} = \frac{D_{\text{g}}^m}{h_{\text{u}}^m} (a_{\text{gu}} - b_{\text{gu}}) = \frac{D_{\text{g}}^m}{h_{\text{u}}^m} (-2\Psi_{\text{gur}}^m - 4\Psi_{\text{gul}}^m + 6\Phi_{\text{g}}^m) \quad (25-7)$$

در تقریب پخش، شار سطحی طبق رابطه (26-7) به جریان‌های جزئی مرتبط می‌شود:

$$\Psi_{\text{gus}}^m = 2(j_{\text{gus}}^{+m} + j_{\text{gus}}^{-m}) \quad (26-7)$$

با ترکیب روابط بالا، به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\left(1 + 8 \frac{D_g^m}{h_u^m}\right) j_{gul}^{+m} + 4 \frac{D_g^m}{h_u^m} j_{gur}^{+m} = \left(1 - 8 \frac{D_g^m}{h_u^m}\right) j_{gul}^{-m} - 4 \frac{D_g^m}{h_u^m} j_{gur}^{-m} + 6 \frac{D_g^m}{h_u^m} \Phi_g^m \quad (27-7)$$

و به همین صورت، برای سطح Γ_{ur}^m نیز داریم:

$$\left(1 + 8 \frac{D_g^m}{h_u^m}\right) j_{gur}^{+m} + 4 \frac{D_g^m}{h_u^m} j_{gul}^{+m} = \left(1 - 8 \frac{D_g^m}{h_u^m}\right) j_{gur}^{-m} - 4 \frac{D_g^m}{h_u^m} j_{gul}^{-m} + 6 \frac{D_g^m}{h_u^m} \Phi_g^m \quad (28-7)$$

بنابراین برای سطوح نود m ، در جهت u ، به معادله به فرم ماتریسی (29-7) می‌رسیم:

$$\begin{bmatrix} 1+8\frac{D_g^m}{h_u^m} & 4\frac{D_g^m}{h_u^m} \\ 4\frac{D_g^m}{h_u^m} & 1+8\frac{D_g^m}{h_u^m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{gul}^{+m} \\ j_{gur}^{+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-8\frac{D_g^m}{h_u^m} & -4\frac{D_g^m}{h_u^m} & 6\frac{D_g^m}{h_u^m} \\ -4\frac{D_g^m}{h_u^m} & 1-8\frac{D_g^m}{h_u^m} & 6\frac{D_g^m}{h_u^m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{gul}^{-m} \\ j_{gur}^{-m} \\ \Phi_g^m \end{bmatrix} \quad (29-7)$$

معادله (۲۹-۷)، به صورت تزویج شده با شروط پیوستگی برای همه نودها، می‌تواند برای حل معادله (۲۴-۷) کافی باشد. هرچند در این روش، شکل متداول دیگری نیز برای معادلات نودال وجود دارد که در آن ابتدا معادله (۲۹-۷) به شکلی تبدیل می‌شود که بیانگر جریان‌های خروجی از سطوح برحسب جریان‌های ورودی باشد و سپس از این معادلات برای حذف جریان‌های خروجی در معادله پایستگی نوترون استفاده می‌شود. بدین منظور، معادلات مربوط به محاسبات جریان سطوح، بصورت رابطه (۳۰-۷) بازنویسی می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} j_{gul}^{+m} \\ j_{gur}^{+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{gu}^m & B_{gu}^m & C_{gu}^m \\ A_{gu}^m & C_{gu}^m & B_{gu}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_g^m \\ j_{gul}^{-m} \\ j_{gur}^{-m} \end{bmatrix} \quad (۳۰-۷)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad g = 1, 2, \dots, G.$$

که ضرایب A_{gu}^m ، B_{gu}^m و C_{gu}^m ، بشکل (۳۱-۷) تعریف می‌گردند:

$$A_{gu}^m = \frac{\frac{6D_g^m}{h_u^m} \left(1 + \frac{4D_g^m}{h_u^m}\right)}{DET}$$

$$B_{gu}^m = \frac{(1 - \frac{48D_g^{m^2}}{h_u^{m^2}})}{DET}$$

$$C_{gu}^m = \frac{-\frac{8D_g^m}{h_u^m}}{DET}$$

$$DET = (1 + 4\frac{D_g^m}{h_u^m})(1 + 12\frac{D_g^m}{h_u^m}) \quad (۳۱-۷)$$

برای بدست آوردن جریان‌های سطوح داخلی، می‌توانیم از پیوستگی جریان‌ها روی سطوح استفاده کنیم. بدین صورت که جریان خروجی صفحه موردنظر، جریان ورودی نود مجاور خواهد بود و برای سطح مرزی Γ_{us}^m نیز، با استفاده از قانون فیک، جریان‌های ورودی و خروجی به این سطح، بصورت زیر به یکدیگر مرتبط می‌شوند:

$$j_{gus}^{+m} - j_{gus}^{-m} = \lambda_{gus}^m 2(j_{gus}^{+m} + j_{gus}^{-m}) \quad (32-7)$$

که اگر ضریب آلبدو را بصورت زیر داشته باشیم:

$$a_{gus}^m = \frac{1 - 2\lambda_{gus}^m}{1 + 2\lambda_{gus}^m} \quad (33-7)$$

آنگاه رابطه (32-7) را بصورت زیر داریم:

$$j_{\text{gus}}^{-m} = a_{\text{gus}}^m j_{\text{gus}}^{+m} \quad (۳۴-۷)$$

با استفاده از روابط بالا و حذف جریان‌های خروجی از معادله توازن نودال (۲۴-۷)، معادله (۳۵-۷) را خواهیم داشت:

$$\left[2 \frac{A_{\text{gu}}^m}{h_{\text{u}}^m} + \Sigma_{\text{rg}}^m \right] \Phi_{\text{g}}^m = \sum_{\text{g}'=1}^G \Sigma_{\text{gg}'}^m \Phi_{\text{g}'}^m + \frac{\chi_{\text{g}}}{k_{\text{eff}}} \sum_{\text{g}'=1}^G \nu \Sigma_{\text{fg}'}^m \Phi_{\text{g}'}^m + \sum_{\text{s}=1, \text{r}} \frac{1}{h_{\text{u}}^m} (1 - B_{\text{gu}}^m - C_{\text{gu}}^m) j_{\text{gus}}^{-m}$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad g = 1, 2, \dots, G. \quad (۳۵-۷)$$

در هر بار اجرای برنامه برای گروه G ، ابتدا با آخرین مقدار شارها و جریان‌ها، معادله بالا برای مقدار شار متوسط حل می‌شود، سپس با مقادیر جدید به دست آمده و مقادیر قدیم جریان‌ها، مقادیر جدید جریان‌های سطوح به دست می‌آیند.

۷-۲-۵- روش جریان نقطه‌ای

این روش بر مبنای حل معادله (۷-۲۴) استوار است، ولی از توزیع چندجمله‌ای روش شار نقطه‌ای و تقریب پخش روش جریان متوسط، برای محاسبه شار نودها و جریان‌های سطوح، بهره می‌گیرد. طبق تعریف بسط چندجمله‌ای و رابطه (۷-۷)، مقدار شار متوسط در هر نود برابر است با:

$$\Phi_g^m = \frac{1}{6} \left[\sum_{s=1,r} \psi_{gus}^m + 4\phi_g^m \right] = \frac{1}{3} \left[\sum_{s=1,r} (j_{gus}^{+m} + j_{gus}^{-m}) + 2\phi_g^m \right] \quad (۷-۳۶)$$

حال اگر رابطه بالا در معادله (۷-۲۴) جایگذاری شود، به معادله توازن نودال زیر می‌رسیم:

$$\sum_{s=1,r} \frac{1}{h_u^m} \{j_{gus}^{+m} - j_{gus}^{-m}\} + \frac{1}{3} \sum_{rg}^m \left[\sum_{s=1,r} (j_{gus}^{+m} + j_{gus}^{-m}) + 2\phi_g^m \right] = \quad (37-7)$$

$$\sum_{g' \neq g}^G \frac{1}{3} \sum_{gg'}^m \left[\sum_{s=1,r} (j_{g'us}^{+m} + j_{g'us}^{-m}) + 2\phi_{g'}^m \right] + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^G \frac{1}{3} \nu \sum_{fg'}^m \left[\sum_{s=1,r} (j_{g'us}^{+m} + j_{g'us}^{-m}) + 2\phi_{g'}^m \right]$$

اکنون مانند روش جریان متوسط، از تقریب پخش، برای سطح Γ_{ul}^m داریم:

$$j_{gul}^{+m} - j_{gul}^{-m} = \frac{D_g^m}{h_u^m} \phi_g^m (a_{gu} - b_{gu}) = \frac{D_g^m}{h_u^m} (-3\psi_{gur}^m - \psi_{gul}^m + 4\phi_g^m) \quad (38-7)$$

که مانند قبل، رابطه (38-7) با استفاده از قانون فیک بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\left(1 + 6 \frac{D_g^m}{h_u^m}\right) j_{gul}^{+m} + 2 \frac{D_g^m}{h_u^m} j_{gur}^{+m} = \left(1 - 6 \frac{D_g^m}{h_u^m}\right) j_{gul}^{-m} - 2 \frac{D_g^m}{h_u^m} j_{gur}^{-m} + 4 \frac{D_g^m}{h_u^m} \phi_g^m \quad (39-7)$$

و بطور مشابه، برای سطح Γ_{ur}^m نیز داریم:

$$\left(1 + 6 \frac{D_g^m}{h_u^m}\right) j_{gur}^{+m} + 2 \frac{D_g^m}{h_u^m} j_{gul}^{+m} = \left(1 - 6 \frac{D_g^m}{h_u^m}\right) j_{gur}^{-m} - 2 \frac{D_g^m}{h_u^m} j_{gul}^{-m} + 4 \frac{D_g^m}{h_u^m} \phi_g^m \quad (40-7)$$

پس از مرتب‌سازی، روابط بالا به شکل ماتریسی زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} 1+6\frac{D_g^m}{h_u^m} & 2\frac{D_g^m}{h_u^m} \\ 2\frac{D_g^m}{h_u^m} & 1+6\frac{D_g^m}{h_u^m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{gul}^{+m} \\ j_{gur}^{+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-6\frac{D_g^m}{h_u^m} & -2\frac{D_g^m}{h_u^m} & 4\frac{D_g^m}{h_u^m} \\ -2\frac{D_g^m}{h_u^m} & 1-6\frac{D_g^m}{h_u^m} & 4\frac{D_g^m}{h_u^m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{gul}^{-m} \\ j_{gur}^{-m} \\ \phi_g^m \end{bmatrix} \quad (41-7)$$

روابط بالا را به فرمی دیگر داریم:

$$\begin{bmatrix} j_{gul}^{+m} \\ j_{gur}^{+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{gu}^m & B_{gu}^m & C_{gu}^m \\ A_{gu}^m & C_{gu}^m & B_{gu}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_g^m \\ j_{gul}^{-m} \\ j_{gur}^{-m} \end{bmatrix} \quad (42-7)$$

که ضرایب رابطه بالا، بصورت زیر تعریف می‌گردند:

$$A_{gu}^m = \frac{\frac{4D_g^m}{h_u^m} \left(1 + \frac{4D_g^m}{h_u^m}\right)}{DET}$$

$$B_{gu}^m = \frac{\left(1 - \frac{32D_g^{m^2}}{h_u^{m^2}}\right)}{DET}$$

$$C_{gu}^m = \frac{-\frac{4D_g^m}{h_u^m}}{DET}$$

$$DET = \left(1 + 4\frac{D_g^m}{h_u^m}\right)\left(1 + 8\frac{D_g^m}{h_u^m}\right) \quad (۴۳-۷)$$

معادله توازن نوترون با استفاده از روابط بالا در جهت حذف جریان‌های خروجی از معادله (۷-۳۷)، بصورت معادله (۷-۴۴) بدست می‌آید:

$$\left[2A_{gu}^m \left(\frac{1}{h_u^m} + \frac{1}{3} \Sigma_{rg}^m \right) + \frac{2}{3} \Sigma_{rg}^m \right] \phi_g^m = \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \frac{1}{3} \Sigma_{gg'}^m \left[(j_{g'u}^{+m} + j_{g'ur}^{-m}) + 2\phi_{g'}^m \right] + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^G \frac{1}{3} \nu \Sigma_{fg'}^m \left[(j_{g'u}^{+m} + j_{g'ur}^{-m}) + 2\phi_{g'}^m \right]$$

$$+ \sum_{s=l,r} \left[\frac{1}{h_u^m} (1 - B_{g'u}^m - C_{g'u}^m) - \frac{1}{3} \Sigma_{rg}^m (1 + B_{g'u}^m + C_{g'u}^m) \right] j_{g'us}^{-m}$$

$m = 1, 2, \dots, M, \quad g = 1, 2, \dots, G.$ (۷-۴۴)

با استفاده از معادله (۷-۴۲) و اعمال شرایط پیوستگی جریان‌ها، مقادیر جریان‌های نقطه‌ای سطوح به دست آمده و با استفاده از رابطه (۷-۴۴)، شار نقطه‌ای وسط نود m ام، در گروه انرژی مورد نظر محاسبه می‌گردد. [۷]

۷-۳- الگوریتم حل روش‌های نودال بسط شار

پس از بررسی فرمول‌بندی مجموعه چهار روش بسط شار مرتبه صفر، الگوریتم بکار گرفته شده برای حل معادله پخش نوترون مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف اصلی حل معادله پخش نوترون، تخمین مقدار ضریب تکثیر موثر و همچنین توزیع شار وابسته به مکان و انرژی در هندسه مورد نظر می‌باشد. یکی از الگوریتم‌های حل معادله پخش، استفاده از روش قدرت^{۱۵} است. در روش قدرت که در هر چهار روش مذکور اعمال گردیده، از روند حلقه‌های تکرار جهت رسیدن به جواب دقیق و همگرا شدن نتایج استفاده می‌کند. ابتدا مقادیر ضریب تکثیر موثر و چشمه شکافت‌پذیر حدس زده می‌شود.

^{۱۵} Power method

$$S \sim S^{(0)}; \quad k \sim k^{(0)} \quad (45-7)$$

که جمله شکافت بصورت (46-7) تعریف می‌گردد.

$$S(r) \equiv \sum_{g'=1}^G v \Sigma_{fg'} \Phi_{g'}(r) \quad (46-7)$$

توجه به این نکته ضروری است که وابستگی مکانی منبع شکافت در همه گروه‌های انرژی یکسان است و از آنجا که ما شار و سطح مقطع‌ها را در هر نود، ثابت فرض کرده‌ایم، می‌توانیم منبع شکافت را برای نود m بصورت زیر بنویسیم:

$$S^m \equiv \sum_{g'=1}^G v \Sigma_{fg'}^m \Phi_{g'}^m \quad (47-7)$$

سپس به منظور محاسبه شار گروه اول انرژی برای هر نود، داریم:

$$-\nabla \cdot D_1 \nabla \Phi_1^{(1)} + \Sigma_{R1} \Phi_1^{(1)} \equiv \frac{1}{k^{(0)}} \chi_1 S^{(0)} \quad (48-7)$$

پس از بدست آوردن مقدار شار در گروه اول انرژی، می‌توان به محاسبه شار گروه دوم و سایر گروه‌ها پرداخت. با فرض پراکندگی از گروه‌های بالاتر انرژی به پایین‌تر و استفاده از مقادیر قبلی شار گروه‌های پایین‌تر انرژی، برای گروه g در تکرار n ام، خواهیم داشت:

$$-\nabla \cdot D_g \nabla \Phi_g^{(n)} + \Sigma_{Rg} \Phi_g^{(n)} \equiv \frac{1}{k^{(n-1)}} \chi_g S^{(n-1)} + \sum_{g'=1}^{g-1} \Sigma_{sg' \rightarrow g} \Phi_{g'}^{(n)} + \sum_{g'=g+1}^G \Sigma_{sg' \rightarrow g} \Phi_{g'}^{(n-1)} \quad (49-7)$$

پس از بدست آوردن مقادیر شار تمام گروه‌های انرژی، نسبت به تولید منبع شکافت برای هر نود و متعاقب آن، ضریب تکثیر موثر جدید، اقدام می‌کنیم.

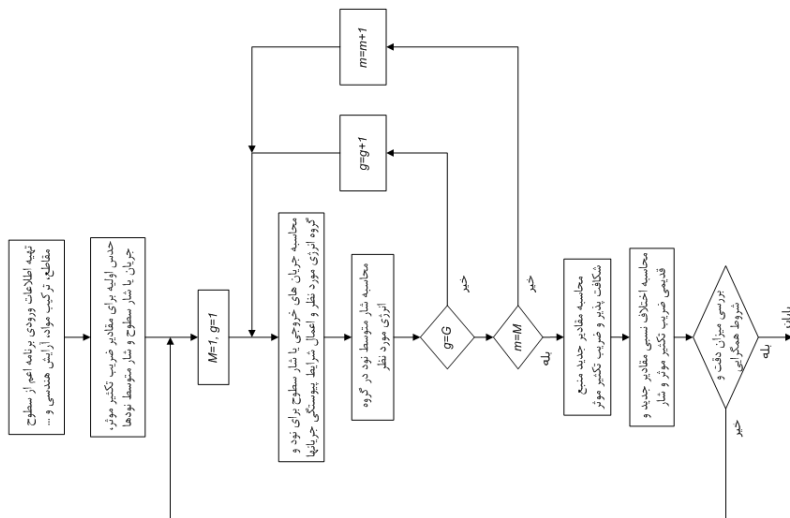
$$k^{(n)} = \frac{\sum_{m=1}^M V^m S^{m(n)}}{\frac{1}{k^{(n-1)}} \sum_{m=1}^M V^m S^{m(n-1)}} \quad (50-7)$$

که در رابطه بالا، M تعداد کل نودها و V حجم هر نود می‌باشد. محاسبات بالا در هر بار تکرار حلقه اصلی برنامه، برای همه گروه‌های انرژی و نودها، تکرار می‌شوند. شرط اتمام حلقه نیز، اجتماع دو شرط برای همگرایی ضریب تکثیر موثر و شار و کمتر شدن خطای این مقادیر می‌باشد. پس از ارضای شروط همگرایی، مقادیر شار نودها در گروه‌های انرژی، ضریب تکثیر موثر، توزیع توان نرمال شده به مقدار متوسط و همچنین مقدار حداکثر توان مجتمع‌های سوخت^{۱۶} در

^{۱۶} Power Peaking Factor

راکتور و مکان آن در فایل خروجی چاپ می‌شوند. بلوک دیاگرام شکل (۲)، الگوریتم حل استفاده شده در روش‌های نودال بسط شار را نشان می‌دهد.

لازم به ذکر است، در بسته محاسباتی از زبان برنامه‌نویسی فرترن ۹۰ استفاده شده و این بسته توانایی حل معادله پخش نوترون چند گروهی، چند ناحیه‌ای در هندسه کارتیزین یک بعدی با وجود منبع شکافت‌پذیر و با فرض امکان پراکندگی نوترون‌ها از هر گروه انرژی به دیگر گروه‌ها (امکان پراکندگی به گروه‌های بالاتر) را با استفاده از چهار روش مذکور داراست. همچنین، هر چهار روش از یک فایل ورودی تهیه شده، جهت انجام محاسبات استفاده می‌کنند.



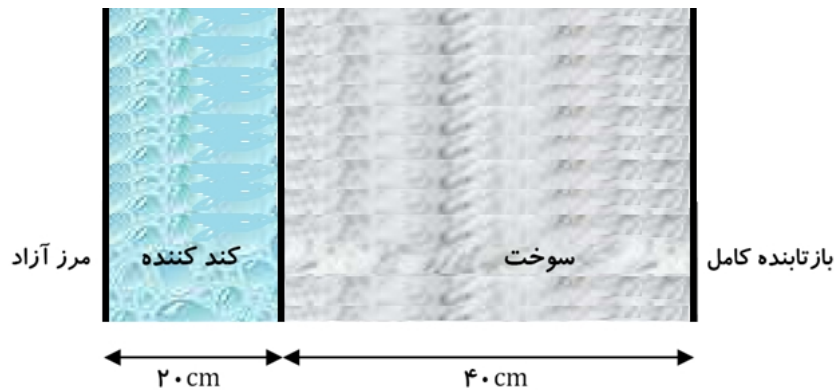
شکل ۲: الگوریتم به کار گرفته شده در روش‌های حل نودال بسط شار

۸- بررسی نمونه‌های محاسباتی و راستی آزمایی

در این فصل، به منظور راستی‌آزمایی نتایج روش‌های حل نودال بسط شار، نمونه‌هایی را مورد بررسی قرار داده و نتایج آنها را با نتایج منتشر شده آژانس بین‌المللی انرژی اتمی یا کدهای معتبر به عنوان مرجع، مقایسه کرده و از این طریق، میزان دقت محاسبات را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم.

۸-۱- نمونه محاسباتی کانگ

در این نمونه، تیغه‌ای تک بعدی داریم که از دو ناحیه سوخت (ماده ۱) و کند کننده (ماده ۲) تشکیل شده است. هندسه و مشخصات نمونه در شکل (۳) و سطوح مقاطع آن در جدول (۱) آمده است.



شکل ۳: هندسه نمونه محاسباتی کانگ

جدول شماره ۱: سطوح مقاطع دو گروهی سوخت و کند کننده

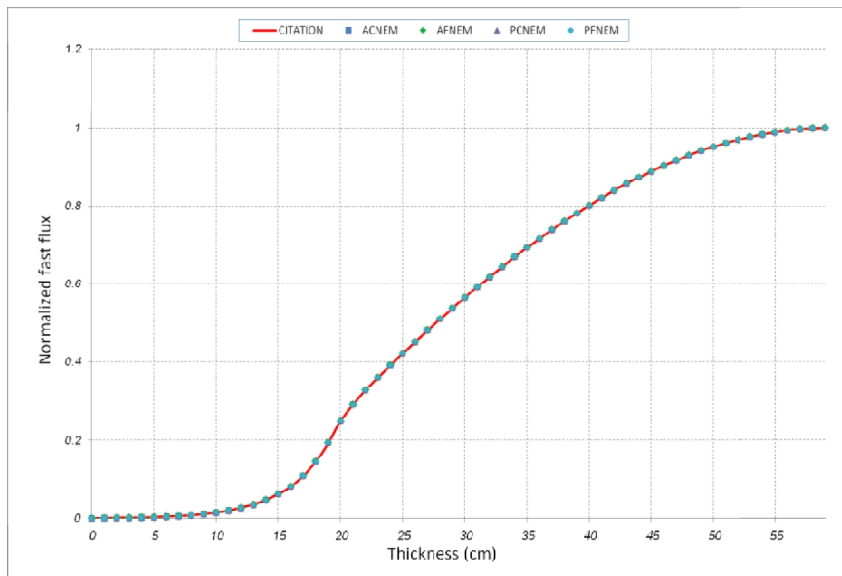
$\Sigma_{s1 \rightarrow 2} (\text{cm}^{-1})$	$\nu \Sigma_{fg} (\text{cm}^{-1})$	$\Sigma_{ag} (\text{cm}^{-1})$	$D_g (\text{cm})$	گروه انرژی	ماده
۰/۰۶	۰	۰/۰۶۲۳	۱/۵	۱	۱
-	۰/۲۱۸	۰/۲	۰/۴	۲	
۰/۱	۰	۰/۱۰۱	۱/۱۹۹۹	۱	۲
-	۰	۰/۰۲	۰/۱۵	۲	

این مسأله در دو گروه انرژی و با مش‌های به طول یک و بیست سانتیمتر توسط روش‌های مورد بحث و همچنین کد محاسباتی معتبر CITATION حل و مورد ارزیابی قرار گرفته است. مقادیر ضریب تکثیر کدهای مذکور در جدول (۲) آورده شده و با مقدار مرجع (کانگ و هانسن) مقایسه گردیده است. شرایط مرزی برای سمت چپ هندسه، شار مرزی صفر و سمت راست، بازتابنده کامل می‌باشد.

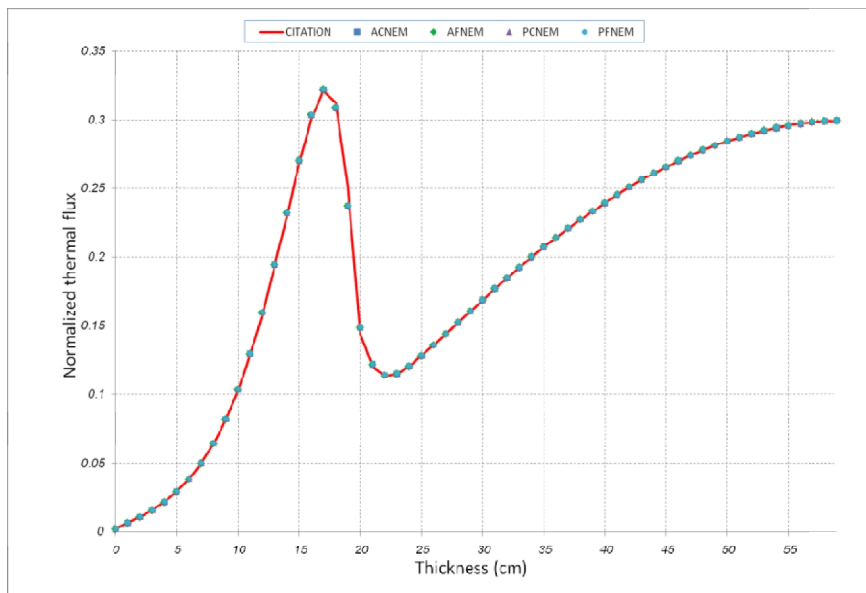
جدول شماره ۲: مقادیر ضریب تکثیر موثر حاصل از کدها

کد محاسباتی	طول نودها (سانتیمتر)	تعداد نودها	ضریب تکثیر موثر	درصد خطای نسبی
مرجع	-	-	۱/۰۲۰۹۰۰	-
CITATION	۱	۶۰	۱/۰۲۰۸۲۸	-۰/۰۰۷۱
ACNEM	۱	۶۰	۱/۰۲۰۸۷۳	-۰/۰۰۲۶
AFNEM	۱	۶۰	۱/۰۲۰۸۷۱	-۰/۰۰۲۸
PCNEM	۱	۶۰	۱/۰۲۰۸۷۳	-۰/۰۰۲۶
PFNEM	۱	۶۰	۱/۰۲۰۸۷۲	-۰/۰۰۲۸
CITATION	۲۰	۳	۱/۰۲۷۷۵۰	۰/۶۷۱۰
ACNEM	۲۰	۳	۱/۰۲۲۰۹۹	۰/۱۱۷۵
AFNEM	۲۰	۳	۱/۰۲۲۰۹۹	۰/۱۱۷۵
PCNEM	۲۰	۳	۱/۰۲۲۰۹۹	۰/۱۱۷۵
PFNEM	۲۰	۳	۱/۰۲۲۰۹۹	۰/۱۱۷۵

همانطور که نتایج نشان می‌دهند، در المان‌های یک سانتیمتری، مقادیر ضریب تکثیر موثر روش‌های نودال بسط شار، دقت بسیار قابل قبولی نسبت به مقدار مرجع دارند. در نودهای بزرگ با ضخامت بیست سانتیمتر نیز نتایج روش‌های نودال دارای دقت بسیار بالاتری نسبت به کد CITATION است. این مطلب نشان می‌دهد که روش‌های حل نودال، از دقت بالاتری در حل نمونه‌هایی با مش‌های بزرگ نسبت به روش اختلاف محدود، برخوردارند. مقادیر شار نرمال شده به مقدار حداکثر، در دو گروه انرژی (سریع و حرارتی) حاصل از روش‌های مذکور به ترتیب در شکل‌های (۴) و (۵) نشان داده شده‌اند. در صورتی که که مقادیر شار حاصل از کد محاسباتی معتبر CITATION را در مش‌های ریز یک سانتیمتر به عنوان مرجع انتخاب کنیم، توافق قابل قبول مقادیر شار هر دو گروه انرژی روش‌های نودال بسط شار در این شکل‌ها، مشهود است.

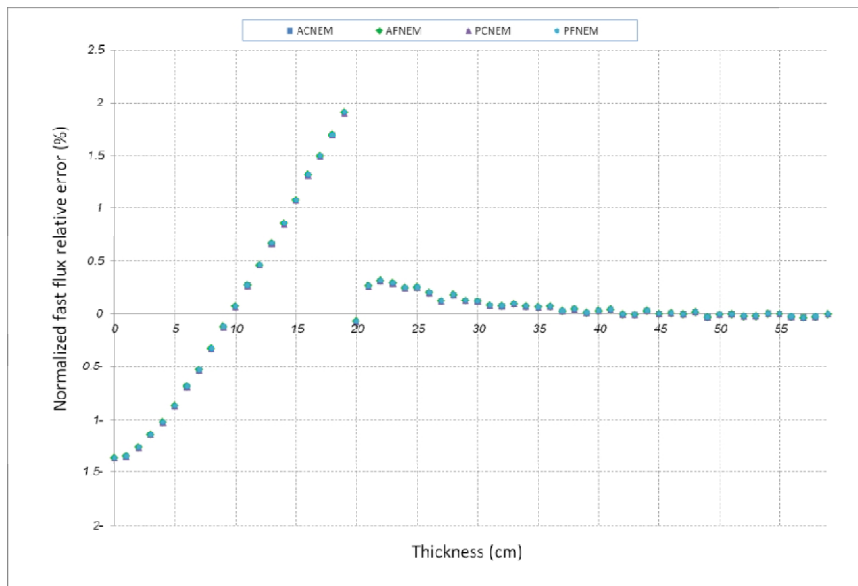


شکل ۴: شار نوترون‌های سریع نرمالیزه شده

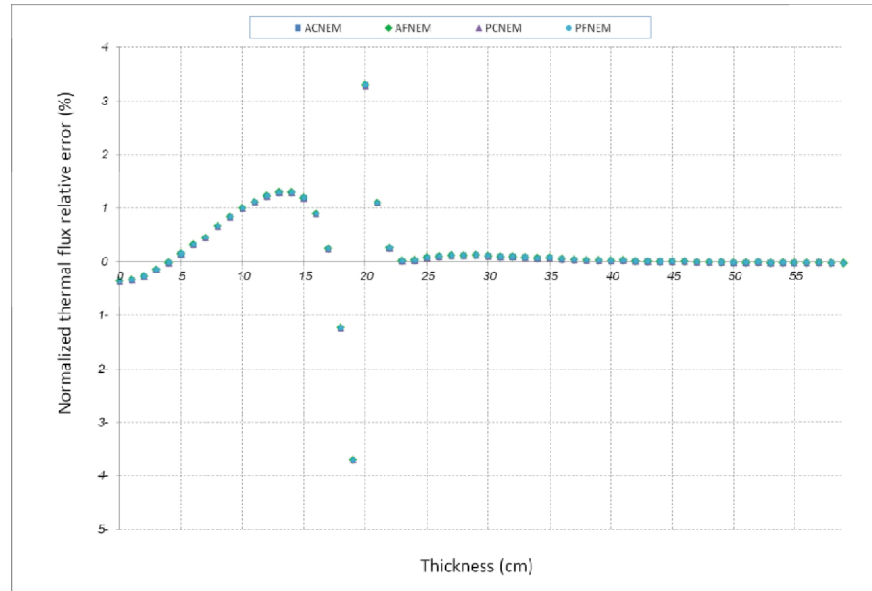


شکل ۵: شار نوترون‌های حرارتی نرمالیزه شده

همچنین میزان درصد خطای نسبی ($\%$) مقادیر نرمالیزه شده شار روش‌های نودال بسط شار نسبت به نتایج کد CITATION در شکل (۶) برای گروه اول انرژی و در شکل (۷) برای گروه دوم نمایش داده شده است. مشاهده می‌گردد، بیشترین خطا در مرز بین سوخت و بازتابنده رخ داده است.



شکل ۶: مقادیر درصد خطای نسبی شار سریع نسبت به کد CITATION



شکل ۷: مقادیر درصد خطای نسبی شار حرارتی نسبت به کد CITATION

۸-۲- نمونه محاسباتی قلب راکتور چهار گروهی

در این نمونه، هندسه تیغه‌ای داریم متشکل از سه ناحیه و دو ماده به شکل سوخت در وسط و بازتابنده در اطراف آن (بازتابنده آب - قلب راکتور - بازتابنده آب) که ضخامت بازتابنده‌ها ۲۰ سانتیمتر و قلب راکتور ۱۰۰ سانتیمتر می‌باشد. سطوح مقاطع چهار گروهی قلب راکتور (ماده ۱) و بازتابنده (ماده ۲) در جدول (۳) نشان داده شده است.

جدول شماره ۳: سطوح مقاطع قلب راکتور و بازتابنده

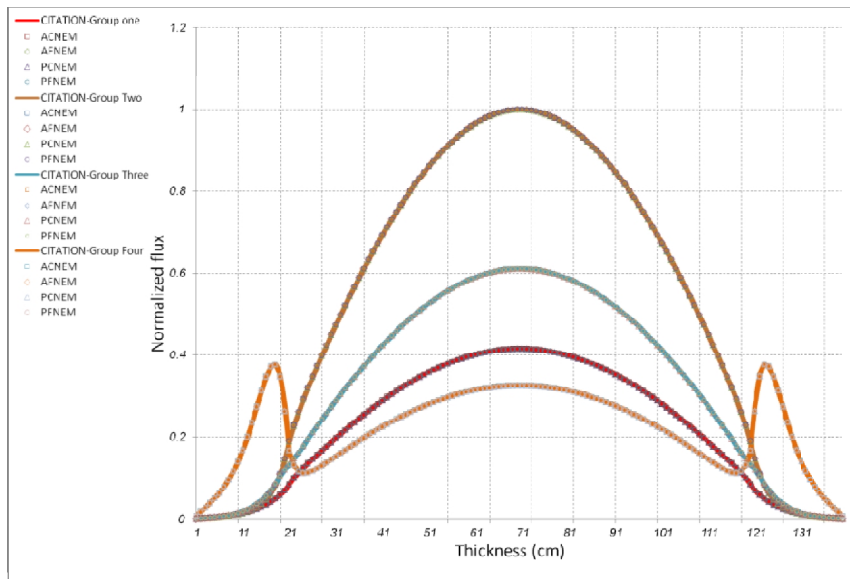
χ_g	$\Sigma_{sg \rightarrow g+1} (\text{cm}^{-1})$	$\nu \Sigma_{fg} (\text{cm}^{-1})$	$\Sigma_{rg} (\text{cm}^{-1})$	$D_g (\text{cm})$	ماده	گروه انرژی (g)
۰/۵۷۵	۰/۰۸۳۰۰۴	۰/۰۰۹۵۷۲	۰/۰۸۷۹۵	۲/۱۶۲۳	۱	۱
.	۰/۰۹۴۱	.	۰/۰۹۴۱	۳/۲۲۹۹۷	۲	
۰/۴۲۵	۰/۰۵۸۴	۰/۰۰۱۱۹۳	۰/۰۶۱۲۴	۱/۰۸۶۷	۱	۲
.	۰/۱۳۵۳	.	۰/۱۳۸۱۴	۰/۹۴۵۸۹	۲	
.	۰/۰۶۴۵۳	۰/۰۱۷۶۸	۰/۰۹۵۰۶	۰/۶۳۱۸	۱	۳
.	۰/۱۳۸۷	.	۰/۱۳۹۸	۰/۶۰۱۲۵	۲	
.	-	۰/۱۸۵۱۴	۰/۱۲۱	۰/۳۵۴۳	۱	۴
.	-	.	۰/۰۱۹۱	۰/۱۴۵۰۵	۲	

نتایج حاصل از بسته محاسباتی نودال بسط شار با نتایج کد محاسباتی CITATION مقایسه گردیده و مقادیر ضریب تکثیر موثر در جدول (۴) آمده است. محاسبات با طول مش‌های یک و بیست سانتیمتر انجام گردیده و مقادیر ضریب تکثیر موثر و شار کد محاسباتی CITATION با مش‌های یک سانتیمتری به عنوان مرجع انتخاب شده است. مقایسه نتایج، بیانگر تطابق خوب ضریب تکثیر موثر محاسبه شده می‌باشد. در این مثال نیز دقت بالای نتایج بسته حل نودال بسط شار نسبت به روش اختلاف محدود در مش‌های بزرگ مشهود است.

جدول شماره ۴: مقادیر ضریب تکثیر موثر حاصل از کدها

کد محاسباتی	طول نودها (سانتیمتر)	تعداد نودها	ضریب تکثیر موثر	درصد خطای نسبی
CITATION (مرجع)	۱	۱۴۰	۱/۱۷۶۵۸۲	-
ACNEM	۱	۱۴۰	۱/۱۷۶۶۲۷	۰/۰۰۳۸
AFNEM	۱	۱۴۰	۱/۱۷۶۵۹۷	۰/۰۰۱۲
PCNEM	۱	۱۴۰	۱/۱۷۶۶۲۷	۰/۰۰۳۸
PFNEM	۱	۱۴۰	۱/۱۷۶۶۱۳	۰/۰۰۲۶
CITATION	۲۰	۷	۱/۱۸۱۲۳۰	۰/۳۹۵۰
ACNEM	۲۰	۷	۱/۱۷۶۷۱۹	۰/۰۱۱۷
AFNEM	۲۰	۷	۱/۱۷۶۷۰۳	۰/۰۱۰۳
PCNEM	۲۰	۷	۱/۱۷۶۷۱۹	۰/۰۱۱۷
PFNEM	۲۰	۷	۱/۱۷۶۷۱۹	۰/۰۱۱۷

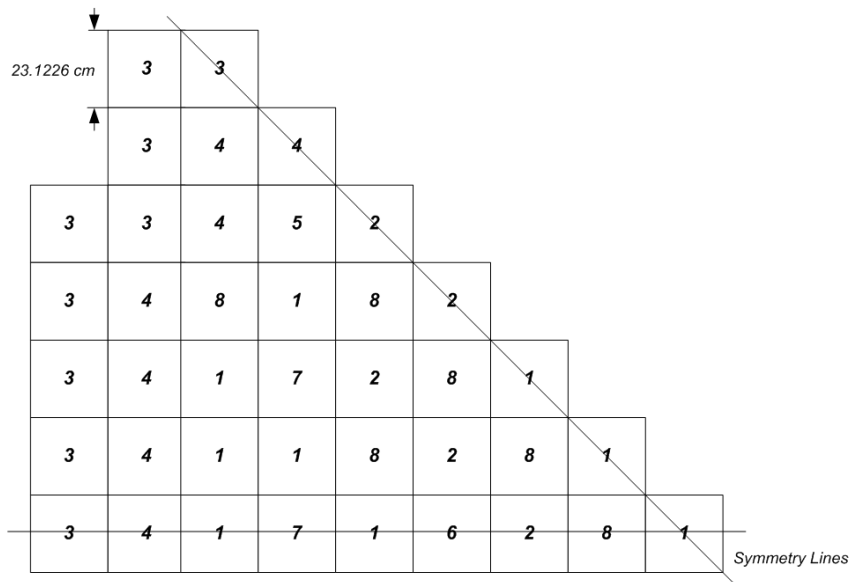
در شکل (۸)، مقادیر شار نرمال به مقدار حداکثر (در ۴ گروه انرژی) کدهای مورد بررسی با مش‌های یک سانتیمتر، در چهار گروه انرژی نمایش داده شده است. شکل (۸) نشان می‌دهد که نتایج روش‌های نودال بسط شار و اختلاف محدود تطابق بسیار خوبی دارند.



شکل ۸: مقایسه شار نوترونی گروه‌های مختلف انرژی

۸-۳- نمونه محاسباتی قلب راکتور BIBLIS بصورت یک بعدی

نمونه راکتور BIBLIS، یک مسأله مشهور دو بعدی و دو گروهی است. به علت چیدمان خاص مجتمع‌های سوخت در این راکتور و تنوع آن، حل مسأله از نظر نیل به دقت مناسب نتایج دشوار می‌باشد. البته این راکتور نمونه‌ای از یک راکتور واقعی است. مجتمع‌های سوخت در این راکتور دارای ابعاد حدود ۲۳ سانتیمتر با هشت نوع ترکیب مواد متفاوت می‌باشد [۴]. نقشه قلب این راکتور بصورت تقارن یک هشتم، در شکل (۹) و سطوح مقاطع آن در جدول (۵) آمده است.



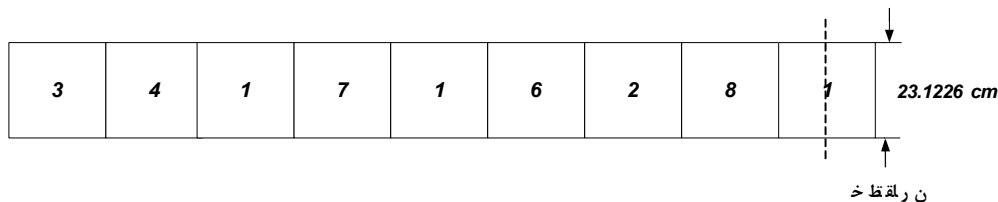
شکل ۹: آرایش هندسی مجتمع‌های سوخت راکتور BIBLIS-2D

جدول شماره ۵: سطوح مقاطع دو گروهی مجتمع‌های سوخت قلب راکتور BIBLIS-2D

$\Sigma_{s1 \rightarrow 2} (\text{cm}^{-1})$	$v\Sigma_{fg} (\text{cm}^{-1})$	$\Sigma_{ag} (\text{cm}^{-1})$	$D_g (\text{cm})$	گروه انرژی (g)	ناحیه
۰/۰۱۷۷۵۴	۰/۰۰۵۸۷۱	۰/۰۰۹۵۰۴	۱/۴۳۶۰	۱	۱
	۰/۰۹۶۰۶۷	۰/۰۷۵۰۰۶	۰/۳۶۳۵	۲	
۰/۰۱۷۶۲۱	۰/۰۰۶۱۹۱	۰/۰۰۹۶۷۹	۱/۴۳۶۶	۱	۲
	۰/۱۰۳۵۸۰	۰/۰۷۸۴۳۶	۰/۳۶۳۶	۲	
۰/۰۲۳۱۰۶	۰	۰/۰۰۲۶۵۶	۱/۳۲۰۰	۱	۳
	۰	۰/۰۷۱۵۹۶	۰/۲۷۷۲	۲	
۰/۰۱۷۱۰۱	۰/۰۰۷۴۵۳	۰/۰۱۰۳۶۳	۱/۴۳۸۹	۱	۴
	۰/۱۳۲۳۶۰	۰/۰۹۱۴۰۸	۰/۳۶۳۸	۲	
۰/۰۱۷۲۹	۰/۰۰۶۱۹۱	۰/۰۱۰۰۰۳	۱/۴۳۸۱	۱	۵
	۰/۱۰۳۵۸۰	۰/۰۸۴۸۲۸	۰/۳۶۶۵	۲	
۰/۰۱۷۱۹۲	۰/۰۰۶۴۲۹	۰/۰۱۰۱۳۲	۱/۴۳۸۵	۱	۶

	۰/۱۰۹۱۱۰	۰/۰۸۷۳۱۴	۰/۳۶۶۵	۲	
۰/۰۱۷۱۲۵	۰/۰۰۶۱۹۱	۰/۰۱۰۱۶۵	۱/۴۳۸۹	۱	۷
	۰/۱۰۳۵۸۰	۰/۰۸۸۰۲۴	۰/۳۶۷۹	۲	
۰/۰۱۷۰۲۷	۰/۰۰۶۴۲۹	۰/۰۱۰۲۹۴	۱/۴۳۹۳	۱	۸
	۰/۱۰۹۱۱۰	۰/۰۹۰۵۱۰	۰/۳۶۸۰	۲	

به منظور محاسبات یک بعدی، ردیف اول (از پایین) مجتمع‌های سوخت این راکتور را با توجه به شکل (۹) انتخاب کرده و با در نظر گرفتن شرط مرزی بازتابنده کامل برای جهت‌های بالا و پایین، این مسأله را بصورت یک بعدی حل می‌کنیم. شرط مرزی سمت چپ هندسه نیز، جریان ورودی صفر و سمت راست، بازتابنده کامل می‌باشد. شکل یک بعدی موردنظر بصورت شکل (۱۰) است.



شکل ۱۰: آرایش هندسی یک بعدی مجتمع‌های سوخت قلب راکتور BIBLIS

برای راستی‌آزمایی نتایج روش‌های حل نودال بسط شار، نتایج کد محاسباتی CITATION با مش‌های ریز حدود یک سانتیمتر را به عنوان مرجع انتخاب کرده و با نتایج بسته تهیه شده مقایسه می‌کنیم. جدول (۶)، مقادیر ضریب تکثیر موثر روش‌های مورد بحث و میزان خطای نسبی این مقادیر نسبت به مقدار مرجع را برای حل با مش‌های حدود یک، یازده و بیست و سه سانتیمتر نشان می‌دهد. مقدار ضریب تکثیر موثر روش اختلاف محدود و روش‌های حل نودال

بسط شار در مش‌های ریز دارای تطابق بسیار خوب بوده ولی در مش‌های درشت، خطای بالای روش اختلاف محدود مشهود است.

جدول شماره ۶: مقادیر ضریب تکثیر موثر حاصل از کدها

کد محاسباتی	طول نودها (سانتیمتر)	تعداد نودها	ضریب تکثیر موثر	درصد خطای نسبی
CITATION (مرجع)	۱/۱۵	۱۷۰	۱/۰۲۹۳۹۰	-
ACNEM	۱/۱۵	۱۷۰	۱/۰۲۹۳۷۹	-۰/۰۰۱۱
AFNEM	۱/۱۵	۱۷۰	۱/۰۲۹۳۷۸	-۰/۰۰۱۲
PCNEM	۱/۱۵	۱۷۰	۱/۰۲۹۳۷۹	-۰/۰۰۱۱
PFNEM	۱/۱۵	۱۷۰	۱/۰۲۹۳۸۰	-۰/۰۰۰۹
CITATION	۱۱/۵	۱۷	۱/۰۳۱۵۸۱	۰/۲۱۲۸
ACNEM	۱۱/۵	۱۷	۱/۰۲۹۵۹۶	۰/۰۲۰۰
AFNEM	۱۱/۵	۱۷	۱/۰۲۹۵۹۵	۰/۰۲۰۰
PCNEM	۱۱/۵	۱۷	۱/۰۲۹۵۹۶	۰/۰۲۰۰
PFNEM	۱۱/۵	۱۷	۱/۰۲۹۵۹۶	۰/۰۲۰۰
CITATION	۲۳	۹	۱/۰۴۵۱۰۴	۱/۵۳

۰/۰۹۶	۱/۰۳۰۳۷۵	۹	۲۳	ACNEM
۰/۰۹۵	۱/۰۳۰۳۶۴	۹	۲۳	AFNEM
۰/۰۹۶	۱/۰۳۰۳۷۵	۹	۲۳	PCNEM
۰/۰۹۶	۱/۰۳۰۳۷۵	۹	۲۳	PFNEM

مقادیر درصد خطای نسبی توان نرمال شده به متوسط برای مجتمع‌های سوخت، در جدول (۷) نشان داده شده و با مقادیر مرجع در مش‌های ریز و درشت مقایسه گردیده است. لازم به ذکر است که مقادیر توان نسبی مجتمع‌های سوخت، حاصل از کد CITATION نیز در سطر اول جدول (۷) آمده است.

جدول شماره ۷: مقادیر درصد خطای نسبی توان نرمال شده به متوسط نسبت به مرجع

FA.8	FA.7	FA.6	FA.5	FA.4	FA.3	FA.2	FA.1	تعداد نودها	طول نودها (سانتیمتر)	کد محاسباتی
۰/۷۷۲	۰/۸۱۳	۰/۷۳۹	۰/۹۸۶	۱/۱۹	۱/۳۴۶	۱/۰۹۹	۱/۱۰۹	۱۷۰	۱/۱۵	CITATION(مرجع)
۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۸	-۰/۰۷	۰/۰۹	۰/۰۰	۱۷۰	۱/۱۵	ACNEM
۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۸	-۰/۰۷	۰/۰۹	۰/۰۰	۱۷۰	۱/۱۵	AFNEM
۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۸	-۰/۰۷	۰/۰۹	۰/۰۰	۱۷۰	۱/۱۵	PCNEM
۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۱۳	۰/۰۸	-۰/۰۷	۰/۰۹	-۰/۰۹	۱۷۰	۱/۱۵	PFNEM
۳۸/۷	۲۱/۶	۳/۱	-۲/۵	-۱۰/۱	-۹/۴	-۱۴/۸	-۱۱/۹	۱۷	۱۱/۵	CITATION
۰/۹۱	۱/۱۱	-۰/۴۱	۰/۴۱	-۰/۷۴	۰/۰۷	-۰/۹۱	۰/۳۶	۱۷	۱۱/۵	ACNEM
۰/۷۸	۱/۱۱	-۰/۴۱	۰/۴۱	-۰/۷۴	۰/۰۷	-۰/۹۱	۰/۳۶	۱۷	۱۱/۵	AFNEM
۰/۹۱	۱/۱۱	-۰/۴۱	۰/۴۱	-۰/۷۴	۰/۰۷	-۰/۹۸	۰/۳۶	۱۷	۱۱/۵	PCNEM
۰/۹۱	۱/۱۱	-۰/۴۱	۰/۴۱	-۰/۷۴	۰/۰۷	-۰/۹۲	۰/۳۶	۱۷	۱۱/۵	PFNEM

۲۴۱	۹۸	۹/۲	-۲۵/۵	-۵۰	-۵۶/۴	-۶۷/۳	۶۵/۹	۹	۲۳	CITATION
۲۱/۹	۱۲/۲	۳/۲۶	-۱/۵۶	-۵/۶	-۶/۱۷	-۷/۹۵	-۷/۳	۹	۲۳	ACNEM
۲۱/۹	۱۲/۲	۳/۲۶	-۱/۵۵	-۵/۶	-۶/۱۷	-۷/۹۰	-۷/۳	۹	۲۳	AFNEM
۲۲/۰	۱۲/۳	۳/۲۵	-۱/۵۶	-۵/۶	-۶/۲۴	-۸/۶	-۷/۳	۹	۲۳	PCNEM
۲۲/۰	۱۲/۳	۳/۲۵	-۱/۵۶	-۵/۶	-۶/۲۵	-۸/۴	-۷/۳	۹	۲۳	PFNEM

۹- نتیجه گیری

در این پروژه، مجموعه روش‌های نودال بسط شار مرتبه صفر برای حل معادله پخش نوترون در هندسه تیغه‌ای یک بعدی ارائه و مورد بررسی قرار گرفتند. در این گزارش، ابتدا تاریخچه و مقدمه‌ای از روش‌های حل نودال و سپس فرمول‌بندی روش‌های نودال بسط شار که شامل روش‌های شار نقطه‌ای، شار متوسط، جریان نقطه‌ای و جریان متوسط

می‌باشد و الگوریتم حل بکار گرفته شده در روش‌های حل مذکور، ارائه گردیدند. در آخر نیز، به منظور راستی‌آزمایی و بررسی دقت برنامه‌های تهیه شده، تعدادی نمونه محاسباتی که توسط روش‌های حل نودال بسط شار و اختلاف محدود (کد CITATION) حل گردیده‌اند، ارائه و مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج، حاکی از دقت بالای روش‌های حل نودال بسط شار در تخمین ضریب تکثیر موثر و توزیع مکانی شار نوترون‌ها در مش‌های ریز دارد. همچنین مشاهده گردید، در حل با مش‌های بزرگ، روش‌های نودال دقت بسیار بالاتری نسبت به روش اختلاف محدود داشته و می‌توانند جهت بالا بردن سرعت و کاهش هزینه‌های محاسباتی، جایگزین مناسبی برای روش‌هایی مانند اختلاف محدود باشند. دلیل اصلی این مزیت، حفظ توازن نوترونی از طریق حل معادله بالانس نوترون در روش‌های نودال بسط شار می‌باشد. همچنین، نتایج چهار روش نودال بسط شار نشان می‌دهند که در هندسه یک بعدی، تفاوت چندانی از نظر دقت بین

این روش‌ها وجود ندارد. البته، انتظار می‌رود که تفاوت‌ها در هندسه‌های دو و سه بعدی به علت اختلاف تعریف پارامترهای نقطه‌ای و متوسط بوجود آیند. از بعد بازدهی روش‌های مذکور نیز، روش جریان متوسط دارای کمترین هزینه محاسباتی و در نتیجه بالاترین سرعت حل می‌باشد [۱۷]. در پایان، لازم به ذکر است که برنامه‌های محاسباتی تهیه شده، قابلیت حل معادله پخش نوترون را برای مسائل چندین گروهی (همراه با امکان پراکندگی به گروه‌های بالاتر انرژی) بدون هیچ‌گونه محدودیتی دارند و در ادامه پروژه، از قابلیت توسعه به هندسه‌های دو و سه بعدی، به منظور حل مسائل بحرانی (همراه با ناحیه‌های شکافت‌پذیر) برخوردارند.

۱۰- مراجع

1. C. L. Hoxie, "Application of Nodal Equivalence Theory To the Neutronic Analysis of PWRS." vol. PhD: MIT, 1982.
2. J. F. P. M. Castrillon, "Reconstruction of the Three-Dimensional Flux Shapes from Nodal Solutions," in Department of Nuclear Engineering. vol. PhD: MIT, 1984.
3. P. J. Robert, A Semi-Experimental Nodal Synthesis Method For The On-Line Reconstruction Of Three-Dimensional Neutron Flux-Shapes And Reactivity: Massachussets Institute of Technology, 1991.
4. K. S. Smith, An Analytic Nodal Method For Solving The Two-Group, Multidimensional, Static and Transient Neutron Diffusion Equations: Submitted in Partial Fulfillment of The

Requirements for The Degrees Of Nuclear Engineer and Master of Science at The Massachusetts Institute of Technology, 1979.

5. N. Guessous and M. Akhmouch, "Higher order analytical nodal methods in response-matrix formulation for the multigroup neutron diffusion equations," Annals of Nuclear Energy, vol. 29, pp. 1765-1778, 2002.
6. A. Hebert, "Asimplified presentation of the multigroup analytic nodal method in 2-D Cartesian geometry," Annals of Nuclear Energy, vol. 35, pp. 2142-2149, 2008.
7. J. M. Putney, "Nodal Methods For Solving The Diffusion Equation For Fast Reactor Analysis," in Mechanical Engineering. vol. Doctor of Philosophy: University of London, 1984.
8. B. Xia and Z. Xie, "Flux expansion nodal method for solving multigroup neutron diffusion equations in hexagonal-z geometry," Annals of Nuclear Energy, vol. 33, pp. 370-376, 2006.

9. V. G. zimin and D. M. Baturin, "Polynomial nodal method for solving neutron diffusion equations in hexagonal-z geometry," Annals of Nuclear Energy, vol. 29, pp. 1105-1117 , 2001.
10. K. Azekura and K. Kurihara, "High-Order Finite Difference Nodal Method For Neutron Diffusion Equation," Nuclear Science and Technology, vol. 28, pp. 285-292, 1991.
11. T. Y. Han, H. G. Joo, H. C. Lee, and C. H. Keem, "Multi-group unified nodal method with two-group coarse-mesh finite difference formulation," Annals of Nuclear Energy, vol. 35, pp. 1975-1985, 2008.
12. D. S. Kim and N. Z. Cho, "The Analytic Function Expansion Nodal (AFEN) Method with Half-Interface Averaged Fluxes in Mixed Geometry Nodes for Analysis of Pebble Bed Modular Reactor (PBMR) Cores," Nuclear Science and Technology, vol. 40, pp. 291-297, 2003.

13. S. Langenbuch, W. Murer, and W. Werner, "Coarse-Mesh Flux Expansion Method for the Analysis of Space-Time Effects in Large light Water Reactor Cores," Nuclear Science Energy, vol. 63, pp. 437-456, 1977.
14. S. Langenbuch, W. Murer, and W. Werner, "High-Order Schemes for Neutron Kinetics Calculations, Based on a Local polynomial approximation," Nuclear Science Energy, vol . 64 ,pp. 508-516, 1977.
15. R. A. Rydin and T. M. Sullivan, "A New Approach to the QUABOX-CUBBOX Coarse-Mesh Methods," in CONF-780401, 1978, pp. 131-144.
16. H. Finnemann, F. Bennewitz, and M. R. Wagner, "Interface Current Techniques for Multidimensional Reactor Calculations," Atomkernenergie, vol. 30, pp. 123-12.1977.

17. Poursalehi, N., Zolfaghari, A., Minucmehr, A., 2012. Performance comparison of zeroth order nodal expansion methods in 3D rectangular geometry. Nuclear Engineering and Design, 252, 248–266.