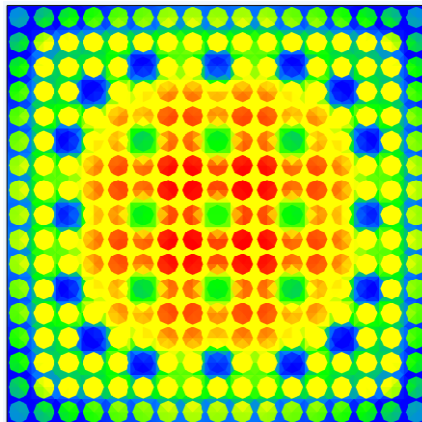


کد محاسبات ترابرد نوترون به روش احتمال برخورد و جریان‌های مرزی در مختصات دکارتی دوبعدی



گزارش فنی COPRO-2D

بسته بیستم - نسخه اول - اسفند ۱۳۹۵

ANC-TEC-TED-CP-300

فهرست مطالب

- ۱- چکیده..... ۱۴
- ۲- کلیدواژه..... ۱۵
- ۳- اختصارات..... ۱۶
- ۴- مقدمه..... ۱۷
- ۵- دامنه گزارش..... ۱۸
- ۶- روش احتمال برخورد..... ۱۸
- ۷- اعمال تقارن هندسی..... ۴۱
- ۸- راستی آزمایی..... ۵۲
- ۸-۱- آزمون نخست: سلول برهنه تک گروهی..... ۵۲
- ۸-۲- آزمون دوم: سلول مربعی با مرز بازتابنده و تک گروهی..... ۶۱

- ۸-۳- آزمون سوم: سلول سوخت بامرز بازتابنده و تک گروهی..... ۶۴
- ۸-۴- آزمون چهارم: سلول سوخت و تک گروهی..... ۶۸
- ۸-۵- آزمون پنجم: سلول سوخت چهار ناحیه‌های برهنه و تک گروهی..... ۷۲
- ۸-۶- آزمون ششم: آرایش سلول سوخت 2×2 و تک گروهی..... ۷۷
- ۸-۷- آزمون هفتم: آرایش 5×5 سلول سوخت تک گروهی..... ۸۰
- ۸-۸- آزمون هشتم: آرایش 5×5 سلول سوخت با ابعاد متفاوت..... ۸۲
- ۸-۹- آزمون نهم: آرایش 2×2 سلول سوخت با شرط مرزی چرخشی..... ۸۴
- ۸-۱۰- آزمون دهم: آرایش 2×2 سلول سوخت با شرط مرزی متناوب..... ۸۶
- ۸-۱۱- آزمون یازدهم: آرایش سلول سوخت 3×3 با اعمال تقارن $1/2$ ۸۷
- ۸-۱۲- آزمون دوازدهم: آرایش 3×3 سلول سوخت با اعمال تقارن $1/4$ ۸۹
- ۸-۱۳- آزمون سیزدهم: آرایش 3×3 سلول سوخت با اعمال تقارن $1/8$ ۹۱

- ۸-۱۴- آزمون چهاردهم: آرایش 10×10 سلول سوخت چند گروهی ۹۲
- ۸-۱۵- آزمون پانزدهم: آرایش 2×2 سلول سوخت چند گروهی ۹۴
- ۸-۱۶- آزمون شانزدهم: مجتمع سوخت 17×17 چند گروهی ۹۸
- ۸-۱۷- آزمون هفدهم: آرایش یک سلول سوخت چهار گروهی ۱۰۲
- ۸-۱۸- آزمون هجدهم: مجتمع سوخت 17×17 چند گروهی ۱۰۹
- ۸-۱۹- آزمون نوزدهم: مجتمع سوخت اورانیوم 17×17 ۱۱۰
- ۹- نتیجه گیری ۱۱۴
- ۱۰- مراجع ۱۱۵

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱: ترابرد انتگرالی نوترون..... ۲۰
- شکل ۲: الگوریتم پیاده‌سازی شده روش احتمال برخورد و جریان مرزی..... ۴۰
- شکل ۳: پیوستگی جریان در شرط مرزی چرخشی..... ۴۵
- شکل ۴: پیوند جریان در تقارن $1/2$ ۴۶
- شکل ۵: شرط مرزی تقارن $1/4$ ۴۷
- شکل ۶: نحوه اعمال شرط مرزی متناوب..... ۴۹
- شکل ۷: پیوند جریان‌ها برای اعمال شرط مرزی متناوب..... ۵۰
- شکل ۸: اعمال شرط مرزی متناوب با استفاده از ردیابی..... ۵۱
- شکل ۹: سلول برهنه..... ۵۳
- شکل ۱۰: نحوه مش بندی..... ۵۳

- شکل ۱۱: توزیع شار در نواحی مختلف ۵۴
- شکل ۱۲: خطای نسبی شار محاسبه شده توسط COPRO-2D در مقایسه با کد DRAGON ۵۵
- شکل ۱۳: توزیع شار در نواحی مختلف ۶۲
- شکل ۱۴: خطای نسبی شار محاسبه شده توسط COPRO-2D در مقایسه با کد DRAGON ۶۳
- شکل ۱۵: سلول سوخت ۶۴
- شکل ۱۶: توزیع شار در نواحی مختلف ۶۶
- شکل ۱۷: خطای نسبی شار محاسبه شده در مقایسه با کد DRAGON ۶۷
- شکل ۱۸: سلول سوخت مربوط به آزمون چهارم ۶۹
- شکل ۱۹: توزیع شار در نواحی مختلف آزمون چهارم ۷۰
- شکل ۲۰: خطای نسبی شار محاسبه شده آزمون چهارم در مقایسه با کد DRAGON ۷۱
- شکل ۲۱: سلول سوخت آزمون پنجم ۷۳

- شکل ۲۲: آرایش مجتمع سوخت در آزمون ششم..... ۷۸
- شکل ۲۳: آرایش مجتمع سوخت..... ۸۱
- شکل ۲۴: آرایش مجتمع سوخت..... ۸۳
- شکل ۲۵: آرایش مجتمع سوخت آزمون نهم..... ۸۵
- شکل ۲۶: آرایش مجتمع سوخت آزمون دهم..... ۸۶
- شکل ۲۷: مدل سازی مجتمع سوخت به صورت ۱/۲..... ۸۸
- شکل ۲۸: مدل سازی مجتمع سوخت به صورت تقارن ۱/۴ آزمون دوازدهم..... ۹۰
- شکل ۲۹: مدل سازی مجتمع سوخت به صورت تقارن ۱/۸ آزمون سیزدهم..... ۹۱
- شکل ۳۰: آرایش مجتمع سوخت آزمون پانزدهم..... ۹۴
- شکل ۳۱: شبکه‌های از سلولهای سوخت..... ۹۹
- شکل ۳۲: سلول واحد..... ۱۰۳

شکل ۳۳: مجتمع سوخت UO₂..... ۱۱۰

شکل ۳۴: توزیع شار حرارتی در آزمون نوزدهم..... ۱۱۲

شکل ۳۵: توزیع شار سریع در آزمون نوزدهم..... ۱۱۳

فهرست جدول‌ها

- جدول شماره ۱: سطح مقطعهای مورد استفاده در آزمون اول ۵۴
- جدول شماره ۲: ضریب تکثیر و حداکثر خطای نسبی شار محاسبه شده ۵۶
- جدول شماره ۳: روش هم‌فاصله-پرتو ثابت (Fixed Chord, Equidistance) ۵۷
- جدول شماره ۴: روش گاوس-لژاندر، پرتو ثابت (Fixed Chord, Gauss Legendre Quadrature) ۵۸
- جدول شماره ۵: روش هم‌فاصله، پرتو متحرک (Mobile Chord, Equidistance) ۵۹
- جدول شماره ۶: روش گاوس لژاندر-پرتو متحرک (Mobile Chord, Gauss Legendre Quadrature) ۶۰
- جدول شماره ۷: ضریب تکثیر و حداکثر خطای نسبی شار محاسبه شده ۶۱
- جدول شماره ۸: ضریب تکثیر و حداکثر خطای نسبی شار محاسبه شده ۶۲
- جدول شماره ۹: سطح مقاطع بکار رفته در آزمون سوم ۶۵
- جدول شماره ۱۰: ضریب تکثیر و حداکثر خطای شار محاسبه شده ۶۵

- جدول شماره ۱۱: ضریب تکثیر و حداکثر خطای شار محاسبه شده..... ۶۹
- جدول شماره ۱۲: سطح مقطعهای آزمون پنجم..... ۷۳
- جدول شماره ۱۳: مشخصات هندسی..... ۷۴
- جدول شماره ۱۴: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار..... ۷۴
- جدول شماره ۱۵: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار با اعمال تقارن..... ۷۵
- جدول شماره ۱۶: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار..... ۷۶
- جدول شماره ۱۷: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار با اعمال تقارن..... ۷۶
- جدول شماره ۱۸: مشخصات نوترونی سلول سوخت..... ۷۸
- جدول شماره ۱۹: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای شرط مرزی بازتابنده..... ۷۹
- جدول شماره ۲۰: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای شرط مرزی خلاء..... ۷۹
- جدول شماره ۲۱: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار..... ۸۰

- جدول شماره ۲۲: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار ۸۲
- جدول شماره ۲۳: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار ۸۴
- جدول شماره ۲۴: ضریب تکثیر محاسبه شده ۸۷
- جدول شماره ۲۵: ضریب تکثیر محاسبه شده ۸۹
- جدول شماره ۲۶: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار ۹۰
- جدول شماره ۲۷: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار ۹۲
- جدول شماره ۲۸: سطح مقطعه‌های دو گروهی آزمون چهاردهم ۹۳
- جدول شماره ۲۹: ضریب تکثیر محاسبه شده مربوط به آزمون چهاردهم ۹۳
- جدول شماره ۳۰: سطح مقطعه‌های چهار گروهی آزمون پانزدهم ۹۵
- جدول شماره ۳۱: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای مرز بازتابنده ۹۶
- جدول شماره ۳۲: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای مرز خلاء ۹۶

- جدول شماره ۳۳: سطح مقطع پراکندگی سوخت برای لحاظ پراکندگی رو به بالا..... ۹۷
- جدول شماره ۳۴: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای مرز خلاء..... ۹۸
- جدول شماره ۳۵: سطح مقاطع آزمون شانزدهم..... ۱۰۰
- جدول شماره ۳۶: ضریب تکثیر محاسبه شده آزمون شانزدهم..... ۱۰۱
- جدول شماره ۳۷: ضریب تکثیر آزمون هفدهم..... ۱۰۳
- جدول شماره ۳۸: خطای نسبی شار آزمون هفدهم..... ۱۰۴
- جدول شماره ۳۹: سطح مقطعهای سوخت..... ۱۰۴
- جدول شماره ۴۰: سطح مقطع پراکندگی سوخت..... ۱۰۵
- جدول شماره ۴۱: سطح مقطعهای کند کننده..... ۱۰۶
- جدول شماره ۴۲: سطح مقطع پراکندگی کند کننده..... ۱۰۷
- جدول شماره ۴۳: ضریب تکثیر آزمون هفدهم..... ۱۰۸

جدول شماره ۴۴: درصد حداکثر خطای نسبی شار در گروه‌های مختلف ۱۰۸

جدول شماره ۴۵: ضریب تکثیر محاسبه شده آزمون هجدهم ۱۰۹

جدول شماره ۴۶: ضریب تکثیر محاسبه شده آزمون نوزدهم ۱۱۱

۱- چکیده

روش احتمال برخورد یکی از روش‌های مطرح در حل معادله ترابرد می‌باشد که به صورت متداول در کدهای محاسبات سلولی استفاده شده است. در این گزارش فنی و در توسعه کد COPRO-2D از روش احتمال برخورد و جریان مرزی برای ترابرد نوترون استفاده می‌شود. در این روش فضای حل به تعدادی ناحیه تقسیم‌بندی شده و سپس هر یک از این نواحی به زیرنواحی با خواص فیزیکی یکسان تقسیم می‌گردد. در هر ناحیه از روش احتمال برخورد استفاده شده و این نواحی به کمک جریان‌های مرزی به یکدیگر پیوند داده می‌شوند. معادلات مربوطه در مختصات دوبعدی مربعی استخراج و پیاده‌سازی شده است. با استفاده از این کد می‌توان شار و ضریب تکثیر را برای هندسه سلول سوخت در شبکه مربعی محاسبه کرد. انواع شرط مرزی از جمله خلأ، بازتابنده همسانگرد (سفید) و بازتابنده آینه‌ای در این کد پیش‌بینی شده و امکان اعمال تقارن‌های گوناگون از قبیل نیمه^۱ (۱/۲)، ربع^۲ (۱/۴) و یک-هشتم^۳ (۱/۸) نیز در آن پیاده‌سازی شده است.

¹ Half² Quarter³ One- eighth

برای افزایش قابلیت کد و کاهش زمان محاسباتی از روش جریان مرزی با تقریب مرتبه صفر (DP_0) و اول (DP_1) استفاده شده است. نتایج به دست آمده از اجرای COPRO-2D برای شماری از محک‌های معتبر با کدهای یقینی و احتمالاتی مقایسه شده است.

۲- کلیدواژه

معادله ترابرد نوترون، روش احتمال برخورد، جریان‌های مرزی، کد نوترونی COPRO-2D

۳- اختصارات

توضیح فارسی	نام	توضیح انگلیسی
کد یقینی محاسبات ترابرد	DRAGON	A code for neutron transport calculations
کد احتمالاتی ترابرد ذرات	MCNP	Monte Carlo N-Particle Transport Code
درصد خطای نسبی	REP	Relative Error Percent
کد ترابرد نوترون مبتنی بر روش احتمال برخورد و جریان‌های مرزی در هندسه دو بعدی	COPRO-2D	A code based on Collision Probability and Interface Current methods for Neutron Transport calculations in 2D Cartesian Geometry
نماد قراردادی به معنای 10^{-5}	pcm	per-cent-mille

۴ - مقدمه

پیش‌نیاز طراحی راکتورهای هسته‌ای داشتن ابزارهای قوی محاسباتی است. این گزارش به حل معادله ترابرد در دو بعد و هندسه مربعی اختصاص دارد. از روش احتمال برخورد و جریان مرزی برای محاسبه شار و ضریب تکثیر استفاده می‌شود. در این روش فضای حل را به چند ناحیه تقسیم کرده و سپس هر یک از این نواحی به زیر نواحی با خواص فیزیکی یکسان تقسیم می‌گردد. در هر ناحیه از روش احتمال برخورد استفاده شده و این نواحی به کمک جریان‌های مرزی به یکدیگر پیوند می‌شوند. در این گزارش از روش فوق برای محاسبه شار در سطح یک مجتمع سوخت استفاده می‌شود. روش اعمال تقارن هندسی در حل معادله ترابرد به روش احتمال برخورد مورد بررسی قرار گرفته است. روش‌های متنوعی در اعمال تقارن هندسی وجود دارد که در این گزارش از جریان سطحی استفاده شده است. جریان ورودی نوترون در سطوح مرزی با توجه به نوع شرط مرزی و جریان خارج شده از سطوح، تعیین می‌شود.

۵- دامنه گزارش

این گزارش فنی به حل معادله ترابرد نوترون به روش احتمال برخورد و جریان مرزی می‌پردازد. در بخش ۶ این گزارش، روش احتمال برخورد به اجمال معرفی شده و در بخش ۷ نحوه اعمال تقارن‌های هندسی برای کاهش حجم محاسبات بررسی می‌شود. در بخش ۸ نیز راستی‌آزمایی‌های لازم برای بسته نرم‌افزاری COPRO-2D ارائه شده و سرانجام در بخش ۹، این گزارش با نتیجه‌گیری پایان می‌یابد.

۶- روش احتمال برخورد

روش‌های معمول حل معادله ترابرد که در محاسبات سلولی استفاده می‌شود شامل روش جهت‌های گسسته، روش‌های مبتنی بر معادله انتگرالی ترابرد و روش مونت کارلو است. تفاوت روش‌های فوق در نحوه محاسبه شار زاویه‌ای و مکانی است.

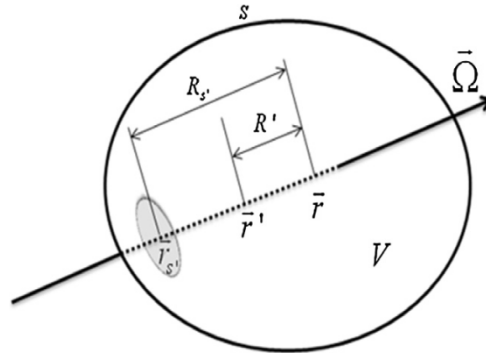
در روش جهت‌های گسسته، توزیع شار نوترونی در مجموعه‌ای از زاویه‌های گسسته در هر مش مکانی به دست می‌آید. همبستگی مکانی در این روش با استفاده از تفاضل محدود یا المان محدود حاصل می‌گردد. در روش مونت کارلو، که یک فرایند احتمالاتی است، توزیع نوترون درون محیط توسط مجموعه‌ای بزرگی از تاریخچه‌ها شبیه‌سازی می‌شود. این روش برای هندسه‌های پیچیده بازدهی مناسبی دارد.

یک روش حل معادله ترابرد روش احتمال برخورد و جریان مرزی است که در آن هندسه مورد نظر به نواحی کوچک‌تری که دارای ماده یکسان است، تقسیم می‌شود. در این روش، همبستگی مکانی با استفاده از احتمالات برخورد در نظر گرفته می‌شود. جریان خروجی از این نواحی برحسب جریان ورودی و چشمه درونی تعریف می‌گردد. وابستگی زاویه‌ای جریان‌های سطحی باید به نحوی بیان گردد که منجر به جواب‌های مناسب شود.

معادله انتگرالی ترابرد به صورت زیر است [۲]:

$$\phi(\mathbf{r}, \Omega, E) = \phi(\mathbf{r} - R_s \Omega, \Omega, E) e^{-\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r} - R_s \Omega, E)} + \int_0^{R_s} dR' Q(\mathbf{r} - R' \Omega, \Omega, E) e^{-\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r} - R' \Omega, E)} \quad (1-6)$$

که $\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r} - R' \Omega, E)$ ، معرف مسیر نوری^۴ است. شکل ۱ این ترابرد انتگرالی نوترون را نشان می‌دهد.



شکل ۱: ترابرد انتگرالی نوترون

فاصله نوری به صورت زیر تعریف می گردد [۵].

$$\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r} - R' \mathbf{\Omega}, E) = \int_0^{R'} dR'' \Sigma_t(\mathbf{r} - R'' \mathbf{\Omega}, E) \quad (۲-۶)$$

با توجه به معادله (۶-۱)، برای محاسبه شار در \mathbf{r} باید اثر چشمه در \mathbf{r}' و همچنین اثرات مرزی در \mathbf{r}_s' در نظر گرفته شود که $R' = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ و $R_s' = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s'|$ است. به عبارتی دیگر، شار در نقطه \mathbf{r} در جهت $\mathbf{\Omega}$ حاصل جمع نوترون‌های رسیده به آن نقطه است که از طریق محیط پیرامونی (S) و نوترون‌های متولد شده در جهت $\mathbf{\Omega}$ و در داخل حجم (V) به نقطه \mathbf{r} می‌رسند. چنانچه بازه انرژی به محدوده‌های متناهی و ناهمپوشان شکسته شود می‌توان با انتگرال‌گیری روی هر یک از این محدوده‌ها، به معادله چندگروهی ترابرد رسید.

$$\phi_g(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, E) = \phi_g(\mathbf{r} - R_s' \mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}, E) e^{-\tau_g(\mathbf{r}, \mathbf{r} - R_s' \mathbf{\Omega}, E)} + \int_0^{R_s'} dR' Q_g(\mathbf{r} - R' \mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}, E) e^{-\tau_g(\mathbf{r}, \mathbf{r} - R' \mathbf{\Omega}, E)}; \quad g = 1, 2, \dots, G. \quad (۳-۶)$$

این رابطه بیانگر شار گروه g در حجم مشخص V و محصور شده توسط سطح S است. در این رابطه Q_g چشمه حجمی در گروه انرژی مورد بررسی است که می‌تواند شامل چشمه‌های خارجی، شکافت و پراکندگی باشد. بنابراین، جمله چشمه نوترونی به صورت زیر نوشته می‌شود [۵].

$$Q_g(\mathbf{r}-R'\Omega, \Omega) = \sum_{g'=1}^G S_{g' \rightarrow g}(\mathbf{r}-R'\Omega, \Omega) + \frac{1}{k_{eff}} \chi_g \sum_{g'=1}^G F_{g'}(\mathbf{r}-R'\Omega, \Omega) + Q_{ext,g}(\mathbf{r}-R'\Omega, \Omega) \quad (۴-۶)$$

که k_{eff} ضریب تکثیر مؤثر سیستم، χ_g طیف شکافت در گروه g و $F_{g'}(\mathbf{r}-R'\Omega, \Omega)$ چشمه همسانگرد شکافت و $S_{g' \rightarrow g}(\mathbf{r}-R'\Omega, \Omega)$ چشمه پراکندگی است. چشمه شکافت به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$F_{g'}(\mathbf{r}-R'\Omega, \Omega) = \frac{1}{4\pi} v_g \sum_{f,g'} \Sigma_{f,g'}(\mathbf{r}-R'\Omega) \phi_{g'}(\mathbf{r}-R'\Omega) \quad (۵-۶)$$

که ν_g تعداد نوترون‌های تولیدی در گروه g و $\Sigma_{f,g}$ سطح مقطع شکافت در گروه g است، $\nu\Sigma_{f,g}$ سطح مقطع تولید^۵ نیز نام دارد. و چشمه نوترون‌های پراکنده شده به زاویه و گروه انرژی مورد بررسی، با فرض همسانگردی چشمه، به قرار زیر بیان می‌گردد.

$$S_{g \rightarrow g}(\mathbf{r} - R'\mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}^{tr}(\mathbf{r} - R'\mathbf{\Omega}) \phi_{g'}(\mathbf{r} - R'\mathbf{\Omega}) \quad (۶-۶)$$

که Σ_s^{tr} سطح مقطع پراکندگی اصلاح شده ترابرد برای لحاظ پراکندگی مرتبه اول (به صورت غیر مستقیم) است. در فیزیک راکتور و محاسبات سلولی اغلب شار عددی^۶ مورد نیاز است. از این‌رو با انتگرال‌گیری از شار زاویه‌ای در معادله انتگرالی ترابرد (۳-۶) به شار عددی می‌رسیم.

$$\phi_g(\mathbf{r}) = \int \phi_g(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) d\mathbf{\Omega} \quad (۷-۶)$$

⁵ Production cross-section

⁶ Total flux

بنابراین معادله انتگرالی ترابرد برای محاسبه شار عددی با فرض همسانگردی چشمه به قرار زیر نوشته می‌شود.

$$\phi_g(\mathbf{r}) = \int d\Omega \phi_g(\mathbf{r}_s, \Omega) e^{-\tau_g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)} + \int d\Omega dR' e^{-\tau_g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') } Q_g(\mathbf{r}') \quad (۸-۶)$$

در این رابطه جمله چشمه گروهی همسانگرد، $Q_g(\mathbf{r}')$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$Q_g(\mathbf{r}') = \sum_{s, g \rightarrow g}^{lr}(\mathbf{r}') \phi_g(\mathbf{r}') + \sum_{g' \neq g} \sum_{s, g' \rightarrow g}^{lr} \phi_{g'}(\mathbf{r}') + \frac{1}{k_{eff}} \chi_g \sum_{g'=1}^G \nu_{g'} \Sigma_{f, g'}(\mathbf{r}') \phi_{g'}(\mathbf{r}') + Q_{ext, g}(\mathbf{r}') \quad (۹-۶)$$

در این رابطه R' مسافت بین \mathbf{r} و \mathbf{r}' و τ_g همین مسافت برحسب میانگین پویش آزاد^۷ نوترون است.

کرنل موجود در رابطه (۸-۶) (که می‌تواند به صورت $e^{-\tau_g} / 4\pi R^2$ نوشته شود) بیانگر شار نوترونی برخورد نکرده در نقطه \mathbf{r} ناشی از چشمه واحد همسانگرد نقطه‌ای در \mathbf{r}' است. این کرنل همچنین احتمال (بر واحد سطح) عبور بدون برخورد

⁷ Mean free path

نوترون‌های موجود در \mathbf{r}' از \mathbf{r} است. به عبارت دیگر، احتمال عدم برخورد نوترون‌ها در طی مسافت R بر واحد سطح است. برای شار گروهی در مختصات دوبعدی داریم:

$$\phi_g(\mathbf{r}) = \int d\Omega \phi_g(\mathbf{r}_{s'}, \Omega) e^{-\frac{\tau_g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{s'})}{\sin \theta}} + \int d\Omega dR' \frac{e^{-\frac{\tau_g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\sin \theta}}}{\sin \theta} Q_g(\mathbf{r}') \quad (10-6)$$

جریان ورودی به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$J_g^{in}(\mathbf{r}_{s'}) = \int_{\mathbf{n} \cdot \Omega < 0} \mathbf{n} \cdot \Omega \phi_g(\mathbf{r}_{s'}, \Omega) d\Omega \quad (11-6)$$

که \mathbf{n} بردار عمود بر سطح است. با فرض همسانگردی شار مرزی داریم.

$$J_g^{in}(\mathbf{r}_{s'}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbf{n} \cdot \Omega < 0} \mathbf{n} \cdot \Omega \phi_g(\mathbf{r}_{s'}) d\Omega \quad (12-6)$$

رابطه جریان در زوایای خروجی به شکل زیر است.

$$J_g^{out}(\mathbf{r}, \Omega) = \mathbf{n} \cdot \Omega \phi_g(\mathbf{r}, \Omega); \quad \mathbf{n} \cdot \Omega > 0 \quad (۱۳-۶)$$

با انتگرال گیری از این رابطه، کل جریان خروجی حاصل می شود.

$$J_g^{out}(\mathbf{r}) = \int_{\mathbf{n} \cdot \Omega > 0} \mathbf{n} \cdot \Omega \phi_g(\mathbf{r}, \Omega) d\Omega \quad (۱۴-۶)$$

برای تشکیل احتمال برخورد در دو بعد، ناحیه مورد نظر در صفحه X-Y به تعدادی زیر ناحیه تقسیم می شود.

$$A = \sum_i A_i \quad (۱۵-۶)$$

همچنین مرزهای بیرونی به زیربازه‌هایی تقسیم می شود.

$$L = \sum_s L_s \quad (۱۶-۶)$$

شار متوسط در هر ناحیه و جریان جزئی مطابق زیر تعریف می‌شود.

$$\phi_i = \frac{1}{A_i} \int dA \phi(\mathbf{r}) \quad (۱۷-۶)$$

$$J_j^{out} = \frac{1}{L_j} \int dL J^{out}(\mathbf{r}) \quad (۱۸-۶)$$

بنابراین شار در هر ناحیه و جریان خروجی با انتگرال گیری از روابط فوق به صورت زیر نوشته می‌شود [۲ و ۵]:

$$\sum_i A_i \phi_i = \sum_s P_{is} L_s J_s^{in} + \sum_j P_{ij} A_j Q_j \quad (۱۹-۶)$$

$$L_\alpha J_\alpha^{out} = \sum_s P_{\alpha s} L_s J_s^{in} + \sum_j P_{\alpha j} A_j Q_j$$

که در این رابطه P_{ij} احتمال برخورد از ناحیه j به ناحیه i ، P_{ii} احتمال خود برخوردی، P_{is} احتمال فرود از سطح s به ناحیه i ، $P_{\alpha j}$ احتمال فرار و $P_{\alpha s}$ احتمال انتقال از سطح s به سطح α بوده و به قرار زیر بدست می‌آید.

$$P_{ij} = \frac{\sum_i}{2\pi \sum_j \sum_i A_j} \int d\varphi \int d\zeta \left\{ Ki_3(\tau_{ij}) - Ki_3(\tau_i + \tau_{ij}) - Ki_3(\tau_j + \tau_{ij}) + Ki_3(\tau_i + \tau_j + \tau_{ij}) \right\}; \quad i \neq j$$

$$P_{ii} = 1 - \frac{\sum_i}{2\pi \sum_i \sum_i A_i} \int d\varphi \int d\zeta \left\{ Ki_3(\tau_i) \right\}; \quad i = j$$

$$P_{is} = \frac{4}{2\pi L_s} \int d\varphi \int d\zeta \left\{ Ki_3(\tau_{is}) - Ki_3(\tau_i + \tau_{is}) \right\} \quad (۲۰-۶)$$

$$P_{\alpha s} = \frac{4}{2\pi L_s} \int d\varphi \int d\zeta Ki_3(\tau_{\alpha s})$$

$$P_{\alpha j} = \frac{1}{2\pi \sum_j A_j} \int d\varphi \int d\zeta \left\{ Ki_3(\tau_{\alpha j}) - Ki_3(\tau_{\alpha j} + \tau_j) \right\}$$

که در این روابط τ مسیر نوری و Ki تابع بایکلی^۸ است. انتگرال‌های موجود در روابط (۶-۲۰) به صورت عددی محاسبه می‌شود. می‌توان از روش‌های دوزنقه یا گوس برای انتگرال‌گیری بهره جست. برای صحت‌سنجی انتگرال‌گیری می‌توان حجم هر ناحیه را با استفاده از داده‌های حاصله ردیابی پرتو محاسبه کرد. برای محاسبه این حجم دیگر نیازی به ردیابی در تمامی زوایا نیست و می‌توان تا زاویه‌ای که در آن تقارن وجود دارد این عمل را انجام داد [۴]. لذا حجم‌های هر ناحیه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V_i^* = \frac{1}{\varphi_{sym}} \sum_{p=1}^{N_\mu} \sum_q w_p w_{pq} t_{i(pq)} \quad (۶-۲۱)$$

که در این رابطه φ_{sym} ، زاویه تقارن المان و $t_{i(pq)}$ طول پرتو در زاویه p و موقعیت q است. اگر تقارنی وجود نداشته باشد، φ_{sym} می‌تواند π یا 2π باشد. اگر حداکثر خطای نسبی در هر حجم از مقدار مشخصی بیشتر شود، آنگاه ردیابی با

⁸ Bickley function

استفاده از پرتوهای بیشتر و فاصله بین پرتو کمتر انجام می‌پذیرد. پایداری روش انتگرال‌گیری در محاسبه احتمالات برخورد توسط بهنجارش طول پرتو با استفاده از حجم محاسبه شده و حجم واقعی بیشتر خواهد بود. بنابراین، طول هر پرتو با توجه به رابطه زیر اصلاح می‌گردد.

$$t_{i(qp)}^* = (V_i / V_i^*) t_{i(qp)} \quad (22-6)$$

که V_i حجم واقعی که با استفاده از روابط تحلیلی به دست می‌آید و t_i^* طول مسیر اصلاح شده است. محاسبه شار چند گروهی به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\sum_i^g \phi_i^g = \sum_s P_{is}^g J_s^{m,g} + \sum_j P_{ij}^g Q_j^g \quad (23-6)$$

که چشمه چند گروهی به صورت زیر است.

$$Q_i^g = \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,g \leftarrow h} \varphi_i^h + \frac{\chi_i^g}{k_{eff}} \sum_{h=1}^G (\nu \Sigma_f)_i^h \varphi_i^h \quad (24-6)$$

در این رابطه χ_{ig} معرف طیف شکافت در ناحیه i و گروه g ، k_{eff} ضریب تکثیر، $\Sigma_{s,g \leftarrow h}$ سطح مقطع پراکندگی از گروه h به گروه i و $(\nu \Sigma_f)_{ih}$ سطح مقطع تولید در ناحیه i و گروه h است. برای همگرایی بهتر معمولاً سطح مقطع درون گروهی از چشمه حذف و اثر آن در احتمال برخورد لحاظ می‌گردد.

جریان خروجی همان جریان ورودی برای المان مجاور است که از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\mathbf{J}^{in} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{J}^{out} \quad (25-6)$$

که A ماتریس اتصال^۹ است، به عبارتی جریان‌های خروجی هر سلول را به جریان‌های ورودی ارتباط می‌دهد. در روابط حاصله تاکنون، شار مرزی به صورت همسانگرد در نظر گرفته شد. یک راهکار بهبود، استفاده از تقریب غیرهمسانگرد خطی است. در این صورت شار گروهی به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$\phi_i^g = \sum_{s=1}^{S_b} \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\mu=-\alpha}^{\alpha} \phi_{-\alpha\mu}^{sg} P_{i,s\alpha\mu}^g + \sum_{j=1}^{N_b} Q_j^g P_{ij}^g \quad (26-6)$$

که احتمالات مرتبه اول برخورد و ورود نوترون به صورت زیر است [۵]:

$$P_{ij} = \frac{1}{A_j \Sigma_i \Sigma_j} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_{y_{\min,i}}^{y_{\max,i}} d\xi \left(Ki_3(\tau_{ij}) - Ki_3(\tau_{ij} + \tau_i) - Ki_3(\tau_{ij} + \tau_j) + Ki_3(\tau_{ij} + \tau_i + \tau_j) \right) \quad (27-6)$$

$$P_{i,s\alpha\mu} = \frac{2(2l+1)}{L_s \Sigma_i} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi f_{\alpha\mu}(2\omega)}{2\pi} \int_{y_{\min,i}}^{y_{\max,i}} d\xi \left[Ki_{l+3}(\tau_{is}) - Ki_{l+3}(\tau_{is} + \tau_i) \right]$$

⁹ Coupling

در این روابط

$$f_{nk}(\omega) = \begin{cases} 1 & n=0 \text{ and } k=0 \\ -\cos(\omega) & n=1 \text{ and } k=1 \\ -\sin(\omega) & n=1 \text{ and } k=-1 \end{cases} \quad (28-6)$$

به همین ترتیب هماهنگ‌های جریان خروجی به صورت زیر نوشته می‌شود [۴ و ۵]:

$$J_{+\alpha'\mu'}^{gt} = \sum_{s=1}^{S_b} \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\mu=-\alpha}^{\alpha} \phi_{-\alpha\mu}^{gs} P_{i\alpha'\mu',s\alpha\mu}^g + \sum_{j=1}^{N_b} Q_j^g P_{i\alpha'\mu',j}^g \quad (29-6)$$

در این روابط احتمالات انتقال و فرار برابرند با:

$$P_{i\alpha'\mu',s\alpha\mu} = \frac{2(2l+1)}{L_s} \int_0^\pi \frac{d\varphi f_{\alpha'\mu'}(2\omega) f_{\alpha\mu}(2\omega)}{2\pi} \int_{y_{\min,t}}^{y_{\max,t}} d\xi Ki_{l'+l+3}(\tau_{ts}) \quad (30-6)$$

$$P_{i\alpha'\mu',j} = \frac{1}{A_j \Sigma_j} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi f_{\alpha'\mu'}(2\omega)}{2\pi} \int_{y_{\min,t}}^{y_{\max,t}} d\xi [Ki_{l'+3}(\tau_{tj}) - Ki_{l'+3}(\tau_{tj} + \tau_j)]$$

که در این رابطه $f_{\alpha'\mu'}$ مانند گذشته تعریف می‌گردد.

با اعمال معادله بقای نوترون می‌توان رابطه متقابل احتمالات را به دست آورد. رابطه (۳۱-۶) نشان‌دهنده روابط متقابل بین احتمالات می‌باشد.

$$\sum_i V_i P_{ji} = \sum_j V_j P_{ij}$$

$$P_{is} = \frac{4V_i \sum_i P_{si}}{A_s}$$

$$A_s P_{\alpha s} = A_\alpha P_{s\alpha}$$

(۳۱-۶)

$$\sum_{j=1}^I P_{ji} + \sum_{s=1}^S P_{si} = 1$$

$$\sum_{i=1}^I P_{is} + \sum_{\alpha=1}^S P_{\alpha s} = 1$$

سه رابطه اول در هنگام محاسبه احتمالات برخورد لحاظ شده است و منجر به کاهش حجم محاسباتی می‌شود. دو رابطه بعدی با استفاده از بهنجارسازی احتمالات برخورد به صورت رابطه (۳۲-۶) اعمال می‌گردد. برای اعمال این توازن از روش HELIOS استفاده می‌شود. در این روش ابتدا ماتریس احتمالات برخورد \tilde{q}_{ab} تشکیل می‌گردد.

$$\begin{aligned}
 \tilde{q}_{ab} &= P_{ij} \quad \text{for } a = i \leq I \quad b = j \leq I \\
 \tilde{q}_{ab} &= P_{is} \quad \text{for } a = i \leq I \quad b = I + s \leq A \\
 \tilde{q}_{ab} &= P_{si} \quad \text{for } a = I + s \leq A \quad b = i \leq I \\
 \tilde{q}_{ab} &= P_{s\alpha} \quad \text{for } a = I + s \leq A \quad b = I + \alpha \leq A
 \end{aligned}
 \tag{۳۲-۶}$$

که A برابر تعداد کل نواحی (I) و سطوح (S) است، به عبارت دیگر برابر $I + S$ است. a و b به ترتیب نشانگر سطر و ستون ماتریس \tilde{q}_{ab} است. این ماتریس با استفاده از رابطه (۳۳-۶) اصلاح می‌گردد.

$$q_{ab} = (w_a + w_b) \tilde{q}_{ab} \tag{۳۳-۶}$$

مؤلفه‌های w_a و w_b با استفاده از دو رابطه توازن به صورت (۳۴-۶) محاسبه می‌گردد.

$$\sum_{a=1}^A (w_a + w_b) \tilde{q}_{ab} = 1 \Rightarrow w_b = \frac{1 - \sum_{a \neq b} w_a \tilde{q}_{ab}}{\sum_a \tilde{q}_{ab} + \tilde{q}_{bb}} \tag{۳۴-۶}$$

وزن‌های بهنجارش w_a و w_b با مقادیر اولیه $0/5$ شروع شده و بعد از چند تکرار معین یا رسیدن به خطای مشخص فرایند تکرار متوقف و با استفاده از وزن‌های تولیدی می‌توان مقدار احتمالات برخورد را اصلاح نمود.

در گام اول، یک مقدار اولیه برای شارهای سطحی و شارهای حجمی باید فرض شود. مقادیر اولیه شارهای سطحی ورودی و خروجی برابر طول سلول در نظر گرفته می‌شود. در گام بعد، شارهای سطحی سپس جریان‌های سطحی توسط فرایند تکرار داخلی به دست می‌آید. در این حلقه از روش گاوس-سایدل همراه با بهنجارش برای محاسبه شارهای سطحی یا جریان‌ها استفاده می‌شود.

این جریان‌ها توسط کل جریان خروجی (L_e) و ضریب سیاهی سطح (Γ_{es}) با استفاده از عامل زیر بهنجار می‌شود.

$$f_{norm} = \frac{\sum_{e=1}^E L_e}{\sum_{e=1}^E \sum_{s=1}^{S(e)} \Gamma_{es} J_s^{in}} \quad (35-6)$$

که در رابطه فوق:

$$L_e = \sum_{s=1}^{S(e)} \sum_{i=1}^{I(e)} P_{si} Q_i \quad (36-6)$$

$$\Gamma_{es} = 1 - \sum_{s=1}^{S(e)} P_{\alpha s}$$

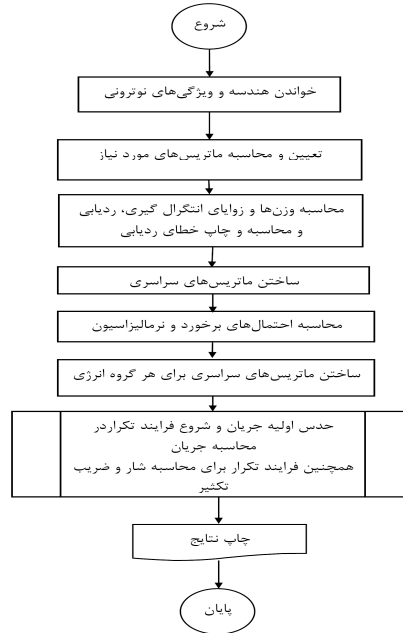
در هر المان با استفاده از (۱۹-۶) یا (۲۹-۶) جریان خروجی هر سطح ارزیابی و با استفاده از (۲۵-۶) جریان ورودی محاسبه می‌شود. جریان خروجی در این تکرار با استفاده از جریان خروجی تکرار قبل و جریان خروجی محاسبه شده، به صورت زیر اصلاح می‌گردد.

$$J_{(t)}^{out} = J_{(t-1)}^{out} + w \left(J^{out} - J_{(t-1)}^{out} \right) \quad (37-6)$$

که W ضریب سستی^{۱۰} و مقدار آن یک است. در مسائلی که همگرایی محقق نمی‌شود باید مقدار آن کوچک‌تر از یک باشد. این تکرار با رسیدن حداکثر خطای نسبی جریان خروجی به یک مقدار مشخص دلخواه اتمام می‌یابد.

مقادیر اولیه شار برابر حجم هر ناحیه قرار داده می‌شود. تکرار بیرونی نیز باید برای محاسبه ضریب تکثیر و شار انجام شود. این تکرار با استفاده از روش توان انجام می‌شود.

الگوریتم پیاده‌سازی شده روش احتمال برخورد و جریان مرزی در شکل ۲ آورده شده است.



شکل ۲: الگوریتم پیاده‌سازی شده روش احتمال برخورد و جریان مرزی

۷- اعمال تقارن هندسی

روش‌های یقینی در حل معادله ترابرد مبتنی بر فرمول‌بندی چند گروهی بر اساس حل معادلات یک گروهی است که از طریق چشمه‌های شکافت و پراکندگی پیوند شده‌اند. حل معادله خطی یک گروهی ترابرد در هندسه D ,

$$\begin{aligned} (\Omega \cdot \nabla + \Sigma) \psi &= H \psi + S, \quad x \in X \\ \psi &= \psi_-, \quad x \in \partial_- X \end{aligned} \quad (1-7)$$

منجر به شار زاویه‌ای $\psi(x)$ بر حسب چشمه داخلی (شکافت) $S(x)$ و شار زاویه‌ای فرودی $\psi_-(x)$ می‌شود. در این معادله حرف x نشان‌دهنده‌ی موقعیت (r, Ω) در فضای فازی $\{x; r \in D, \Omega \in (4\pi)\}$ ، Σ سطح مقطع کل و $(H\psi)(x) = \int_{4\pi} \Sigma_s(x, \Omega' \rightarrow \Omega) \psi(r, \Omega') d\Omega'$ عملگر معمول پراکندگی است. شار زاویه‌ای ψ_- که از طریق مرزها وارد می‌شود، می‌تواند بر اثر شار زاویه‌ای مشخص ψ_0 باشد یا بر اثر ذراتی باشد که از ناحیه خارج و دوباره به آن ناحیه فرستاده می‌شود. این شرط مرزی می‌تواند از طریق رابطه زیر بیان گردد [۱۱].

$$(\beta\psi)(x) = \int_{\partial D(2\pi_+)} \int \beta(x' \rightarrow x) \psi(x') |\Omega' \cdot \mathbf{n}'| d\Omega', \quad x \in \partial_- X \quad (۲-۷)$$

که \mathbf{n}' بردار عمود بر سطح مرز در \mathbf{r}' است. کرنل عملگر آلبدو، $\beta(x' \rightarrow x)$ ، شار زاویه‌ای فرودی به ناحیه در x به دلیل ذرات خروجی از ناحیه در x' است.

هدف عملگر آلبدو رسیدن به مسئله‌ای قابل بررسی در مدل‌سازی محیط بیرونی D است. دو شرط مرزی مرسوم در حل عددی معادله ترابرد استفاده می‌شود: حرکت هندسه^{۱۱} و شرط آلبدو. حرکت هندسه، شامل شرط مرزی بازتابنده آینه‌ای و چرخشی است که برای کاهش اندازه یا حجم محاسبات در هندسه‌های متقارن استفاده می‌شود. همچنین مدل‌های که در فیزیک راکتور به کرات استفاده می‌شود، مبتنی بر شبکه بی‌نهایت^{۱۲} است. این شبکه‌ها را می‌توان با استفاده از شرط مرزی بازتابنده آینه‌ای مدل‌سازی کرد. بر خلاف این شرط مرزی که می‌تواند به عنوان شرط مرزی دقیق تلقی گردد،

¹¹ Geometrical motions

¹² Infinite lattice

شرط مرزی آلبدو، تقریبی برای نمایش توزیع مکانی و زاویه‌ای ذرات وارد شده به محیط است. در شرط مرزی سفید کرنل آلبدو به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\beta(x' \longrightarrow x) = \sum_{\alpha} \frac{\beta_{\alpha}}{\pi A_{\alpha}} \vartheta_{\alpha}(r) \vartheta_{\alpha}(r') \quad (3-7)$$

این شرط مرزی به کرات برای نمایش یک محیط بازتابنده خارجی همگن استفاده شده است. در رابطه (3-7)، ϑ_{α} تابع مشخصه و A_{α} سطح زیر ناحیه ∂D_{α} که $\partial D = \cup_{\alpha} \partial D_{\alpha}$ بخشی از مرز ناحیه D است که توسط نواحی مرزی $\{\alpha\}$ محصور شده است. رابطه 3-6 می‌گوید که کسر β_{α} ذرات به درون محیط ∂D_{α} به صورت همسانگرد بازگشت می‌کند. رابطه زیر تعمیم یافته این شرط مرزی است که به کرات در حل عددی معادله ترابرد استفاده شده است:

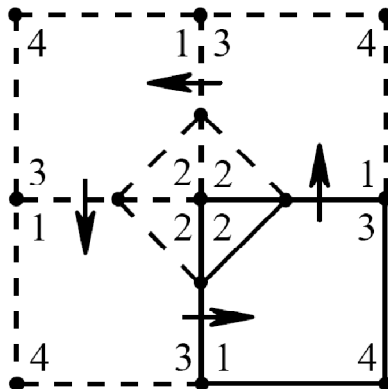
$$J_{\alpha-} = \beta_{\alpha} J_{\alpha+} \quad (4-7)$$

این رابطه بر مبنای بسط شارهای زاویه‌ای مرزی به چند جمله محدود، به صورت زیر است:

$$\psi_{\pm}(x) = \sum_{\alpha, \rho} J_{\alpha\pm}^{\rho} \psi_{\alpha\pm}^{\rho}(x) \quad (5-7)$$

که \pm مشخص کننده شار زاویه‌ای خروجی (+) و ورودی (-) و J_{α}^{ρ} مولفه‌ای از شار زاویه‌ای در نمایش شار زاویه‌ای تابع $\psi_{\alpha\pm}^{\rho}(x)$ است. تابع نمایش زاویه‌ای باید رابطه تقارن $\psi_{\alpha-}^{\rho}(\mathbf{r}, \Omega) = \psi_{\alpha+}^{\rho}(\mathbf{r}, -\Omega)$ باید برآورده گردد.

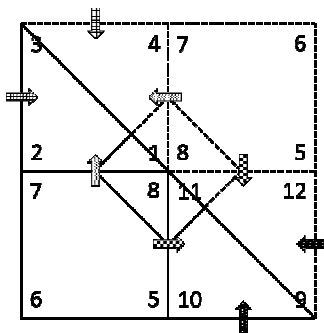
در این گزارش تقارن هندسی با استفاده از برابری جریان‌ها در روی سطوح برای رسیدن به شروط مرزی گوناگون اعمال گردیده است. در واقع، جریان ورودی یک سطح در واقع جریان خروجی یک سطح مشخص است و برعکس. البته باید هر دو سطح دارای طول یکسان باشند. این شرط در واقع این کمک را به ما می‌کند که شرط‌های مرزی متفاوت از قبیل چرخشی و تقارن را پوشش دهیم. شکل ۳ اعمال شرط مرزی چرخشی را نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، سطح بین نقطه ۱ و نقطه ۲ به سطح بین نقطه ۲ و نقطه ۳ پیوند شده است تا بتواند شرط مرزی چرخشی را مدل نماید. به این صورت که جریان خروجی از سطح بین نقطه ۱ و نقطه ۲ برابر جریان ورودی سطح بین نقطه ۲ و نقطه ۳ است.



شکل ۳: پیوستگی جریان در شرط مرزی چرخشی

شکل ۴ نحوه اعمال تقارن $1/2$ را نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، برای اعمال تقارن $1/2$ باید جریان ورودی از سطح بین گوشه ۲ و گوشه ۳ برابر با جریان ورودی از سطح بین گوشه ۳ و گوشه ۴ باشد. همچنین باید جریان ورودی از سطح بین گوشه ۱ و گوشه ۴ برابر با جریان ورودی از سطح بین گوشه ۱ و گوشه ۲ باشد. به همین صورت، جریان

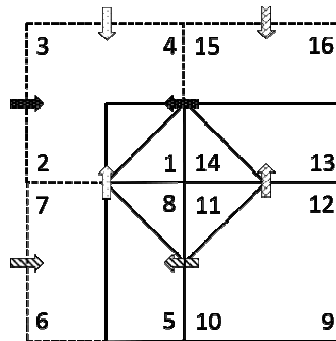
ورودی از سطح بین گوشه ۱۱ و گوشه ۱۲ برابر با جریان ورودی از سطح بین گوشه ۱۱ و گوشه ۱۰ و جریان ورودی از سطح بین گوشه ۱۲ و گوشه ۹ برابر با جریان ورودی از سطح بین گوشه ۹ و گوشه ۱۰ است.



شکل ۴: پیوند جریان در تقارن ۱/۲

شکل ۵ نحوه اعمال تقارن ۱/۴ را نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود، برای اعمال تقارن ۱/۴ باید جریان ورودی از سطح بین گوشه ۲ و گوشه ۳ برابر با جریان ورودی از سطح بین گوشه ۱ و گوشه ۴ و جریان ورودی از سطح بین گوشه

۱ و گوشه ۲ برابر با جریان ورودی از سطح بین گوشه ۳ و گوشه ۴ باشد. همچنین باید جریان ورودی از سطح بین گوشه ۶ و گوشه ۷ برابر با جریان ورودی از سطح بین گوشه ۵ و گوشه ۸ باشد. به همین صورت، جریان ورودی از سطح بین گوشه ۱۵ و گوشه ۱۶ برابر با جریان ورودی از سطح بین گوشه ۱۳ و گوشه ۱۴ باشد.

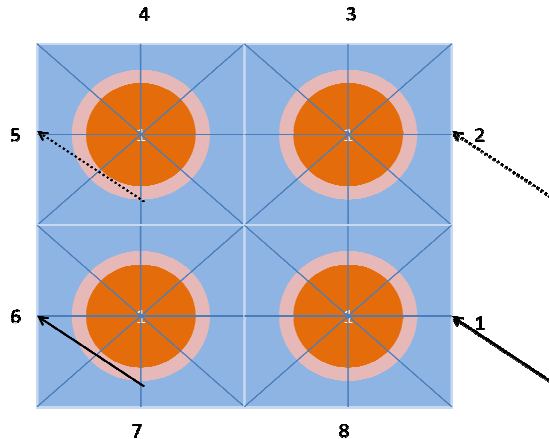


شکل ۵: شرط مرزی تقارن ۱/۴

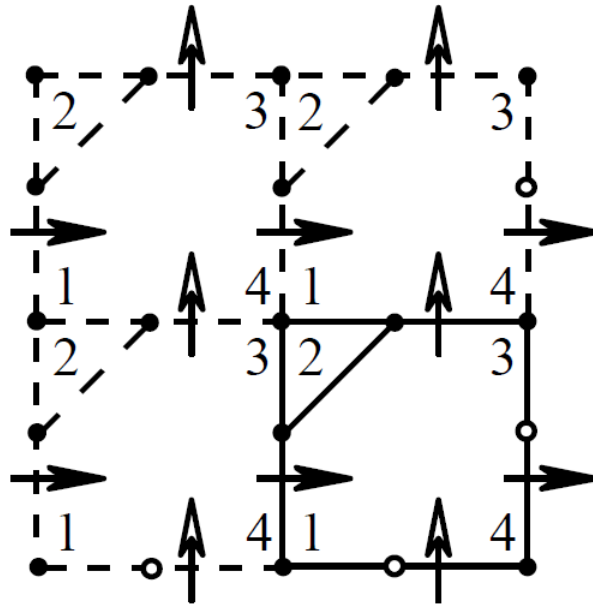
با استفاده از رابطه (۷-۵) می‌توان شرط‌های مرزی تقریبی به دست آورد. در این گزارش تقارن‌ها با اعمال شروط بر جریان‌های مرزی اعمال گردیده است. شکل ۶ نحوه اعمال این شرط مرزی‌ها را برای یک هندسه نمونه نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، به عنوان مثال جریان خروجی سطح ۶ به عنوان جریان ورودی سطح ۱ در نظر گرفته می‌شود.

شکل ۷ جریان‌های ورودی و خروجی برای اعمال شرط مرزی متناوب را نشان می‌دهد. همبستگی سطح بین نقطه شماره ۱ و نقطه شماره ۲ و سطح بین نقطه شماره ۲ و نقطه شماره ۳ به ترتیب با سطح بین نقطه شماره ۴ و نقطه شماره ۳ و سطح بین نقطه شماره ۱ و نقطه شماره ۴ صورت می‌پذیرد تا بتوان شرط مرزی متناوب را اعمال کرد. به این صورت که جریان خروجی از سطح بین نقطه شماره ۴ و نقطه شماره ۳ برابر با جریان ورودی به سطح بین نقطه شماره ۱ و نقطه شماره ۲ و برعکس در نظر گرفته می‌شود. برای سطح بین نقطه شماره ۲ و نقطه شماره ۳ و سطح بین نقطه شماره ۱ و نقطه شماره ۴ نیز همین اتفاق می‌افتد و جریان خروجی از سطح بین نقطه شماره ۲ و نقطه شماره ۳ برابر با جریان ورودی سطح بین نقطه شماره ۱ و نقطه شماره ۴ و برعکس است.

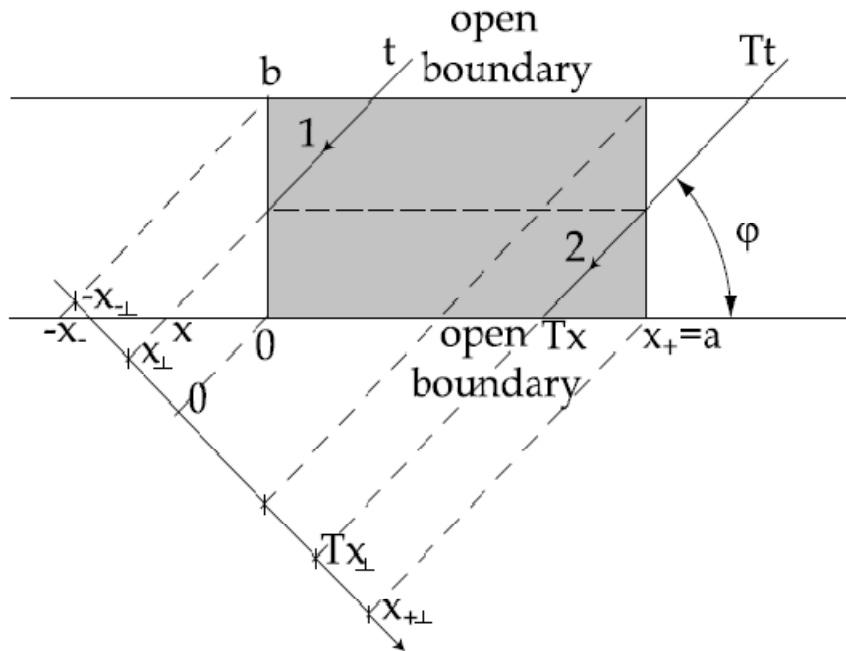
البته راهکار دیگری نیز در بررسی شرایط مرزی و اعمال تقارن در روش‌های مبتنی بر ردیابی خط سیر^{۱۳} وجود دارد. شکل ۸ نمایانگر نحوه اعمال شرط مرزی با استفاده از این روش است [۱۱].



شکل ۶: نحوه اعمال شرط مرزی متناوب



شکل ۷: پیوند جریان‌ها برای اعمال شرط مرزی متناوب



شکل ۸: اعمال شرط مرزی متناوب با استفاده از ردیابی

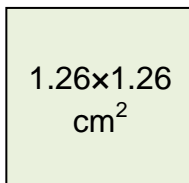
۸- راستی آزمایی

برای صحت‌سنجی کد COPRO-2D چندین محک برای محاسبه توزیع شار و ضریب تکثیر در هندسه دکارتی دو بعدی پیش‌بینی شده است. آزمون‌های متعددی مورد بررسی قرار گرفته که عمدتاً از مراجع معتبر و مقالات استخراج شده‌اند. برنامه نوشته شده، نتایج به دست آمده با کدهای معتبر یقینی از قبیل DRAGON و کدهای احتمالاتی از قبیل MCNP مقایسه شده است. خطای شار محاسبه شده و معیارهای مرجع برحسب درصد خطای نسبی (REP) رسم و خطای نسبی ضریب تکثیر برای محیط‌های شکافا بر حسب pcm بیان شده است.

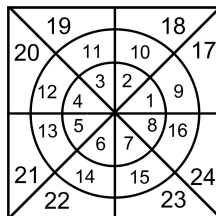
۸-۱- آزمون نخست: سلول برهنه تک‌گروهی

این سامانه شامل یک سلول مربعی به طول $1/26$ سانتی متر است و در شکل ۹ نشان داده شده است. این سلول به ۲۴ ناحیه مطابق شکل ۱۰ مش‌بندی شده است. مشخصات آن در جدول شماره ۱ ذکر شده است. نتایج این آزمون در

جدول شماره ۲ آورده شده است که نشانگر دقت مناسب روش و برنامه پیاده شده است. شکل ۱۱ نشانگر توزیع شار متوسط در نواحی مختلف و شکل ۱۲ نشانگر خطای نسبی شار محاسبه شده است.



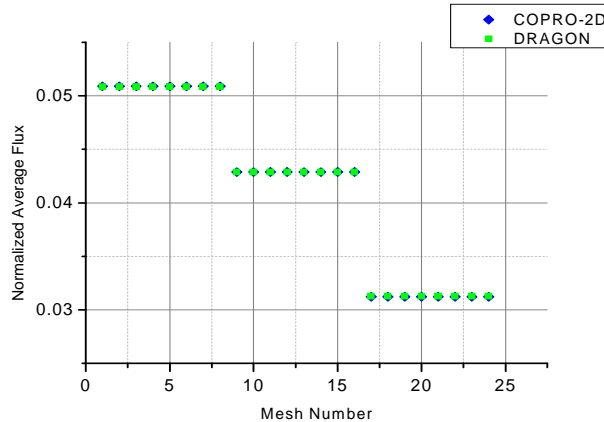
شکل ۹: سلول برهنه



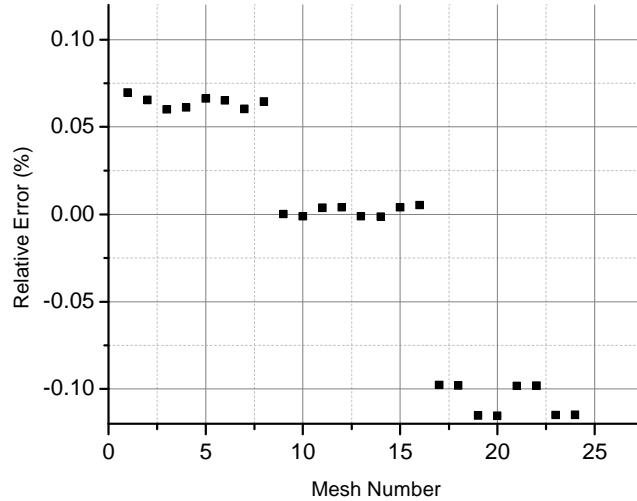
شکل ۱۰: نحوه مش بندی سلول برهنه

جدول شماره ۱: سطح مقطع‌های مورد استفاده در آزمون نخست

$\Sigma_s (cm^{-1})$	$\Sigma_t (cm^{-1})$	$\nu\Sigma_f (cm^{-1})$
0.2	1.0	0.7



شکل ۱۱: توزیع شار در مش‌های مختلف



شکل ۱۲: خطای نسبی شار محاسبه شده توسط COPRO-2D در مقایسه با کد DRAGON

جدول شماره ۲: ضریب تکثیر و حداکثر خطای نسبی شار محاسبه شده برای آزمون نخست

No.	Keff	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
DRAGON	0.3944839	-	-
COPRO-2D	0.3945101	6.63	0.0267

روش‌های مختلفی برای انتگرال‌گیری ارائه شده است که جدول‌های ۶-۳ مقایسه شده است. در این جداول N_{μ} تعداد نقاط انتگرال‌گیری زاویه‌ای در هر $\pi/8$ رادیان بوده و N_{ν} تعداد پرتوها در هر بانده می‌باشد.

جدول شماره ۳: نتایج روش هم‌فاصله-پرتو ثابت (Fixed Chord, Equi-distance) برای آزمون نخست

Parameter	<i>k</i> -effective COPRO-2D	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
$N_v = 4, N_\mu = 40$	0.394424	-15.19	0.1347
$N_v = 4, N_\mu = 60$	0.3943532	-33.13	0.1251
$N_v = 6, N_\mu = 40$	0.3945601	19.32	0.0699
$N_v = 6, N_\mu = 60$	0.3944812	-0.68	0.0708
$N_v = 6, N_\mu = 80$	0.3944414	-10.77	0.0492
$N_v = 8, N_\mu = 40$	0.3946076	31.34	0.0484
$N_v = 8, N_\mu = 60$	0.3945279	11.15	0.0600
$N_v = 8, N_\mu = 80$	0.3944881	1.064	0.0269
$N_v = 10, N_\mu = 40$	0.3946300	37.031	0.0433
$N_v = 10, N_\mu = 60$	0.3945499	16.742	0.0551

جدول شماره ۴: نتایج روش گاوس-لژاندر، پرتو ثابت (Fixed Chord, Gauss Legendre Quadrature)

Parameter	<i>k</i> -effective COPRO-2D	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
$N_v = 4, N_\mu = 40$	0.3946057	30.88	0.2113
$N_v = 4, N_\mu = 60$	0.3945363	13.28	0.2158
$N_v = 4, N_\mu = 80$	0.3944891	1.31	0.2456
$N_v = 6, N_\mu = 40$	0.3946392	39.36	0.1076
$N_v = 6, N_\mu = 60$	0.3945622	19.85	0.0970
$N_v = 6, N_\mu = 80$	0.3945204	9.25	0.1207
$N_v = 8, N_\mu = 40$	0.3946492	41.90	0.0704
$N_v = 8, N_\mu = 60$	0.3945764	23.45	0.0589
$N_v = 8, N_\mu = 80$	0.3945326	12.33	0.0753

جدول شماره ۵: نتایج روش هم‌فاصله، پرتو متحرک (Mobile Chord, Equidistance) برای آزمون نخست

Parameter	k-effective COPRO-2D	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
$N_v = 4, N_\mu = 40$	0.3947868	76.78	0.6028
$N_v = 4, N_\mu = 60$	0.3953164	211.03	1.1062
$N_v = 4, N_\mu = 80$	0.3947554	68.83	0.5201
$N_v = 6, N_\mu = 40$	0.3947489	67.18	0.4118
$N_v = 6, N_\mu = 60$	0.3950839	152.09	0.7560
$N_v = 6, N_\mu = 80$	0.3946903	52.32	0.3531
$N_v = 8, N_\mu = 40$	0.3947302	62.42	0.3159
$N_v = 8, N_\mu = 60$	0.3949648	121.90	0.5776
$N_v = 8, N_\mu = 80$	0.3946603	44.72	0.2690

جدول شماره ۶: نتایج روش گاوس لژاندر-پرتو متحرک (Mobile Chord, Gauss Legendre Quadrature)

Parameter	k-effective COPRO-2D	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
$N_v = 4, N_\mu = 40$	0.3946057	30.88	0.2113
$N_v = 4, N_\mu = 60$	0.3945363	13.28	0.2158
$N_v = 4, N_\mu = 80$	0.3944891	1.31	0.2456
$N_v = 6, N_\mu = 40$	0.3946392	39.36	0.1076
$N_v = 6, N_\mu = 60$	0.3945622	19.85	0.0970
$N_v = 6, N_\mu = 80$	0.3945204	9.25	0.1207
$N_v = 8, N_\mu = 40$	0.3946492	41.90	0.0704
$N_v = 8, N_\mu = 60$	0.3945764	23.45	0.0589
$N_v = 8, N_\mu = 80$	0.3945326	12.33	0.0753

این آزمون برای سلول مربعی به طول ۵ سانتی متر تکرار و نتایج حاصله در جدول شماره ۷ آورده شده است.

جدول شماره ۷: ضریب تکثیر و حداکثر خطای نسبی شار محاسبه شده در آزمون نخست

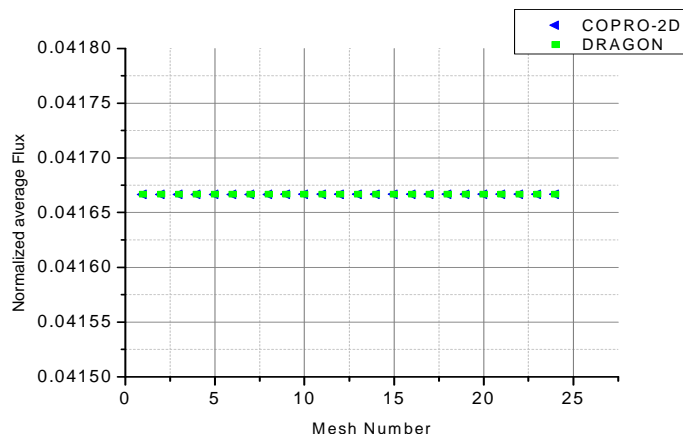
Code	k_{eff}	(pcm) خطای نسبی ضریب تکثیر	حداکثر خطای نسبی شار (%)
DRAGON	0.7183045	-	-
COPRO-2D	0.7182851	-2.69	0.0720

۸-۲- آزمون دوم: سلول مربعی با مرز بازتابنده و تک گروهی

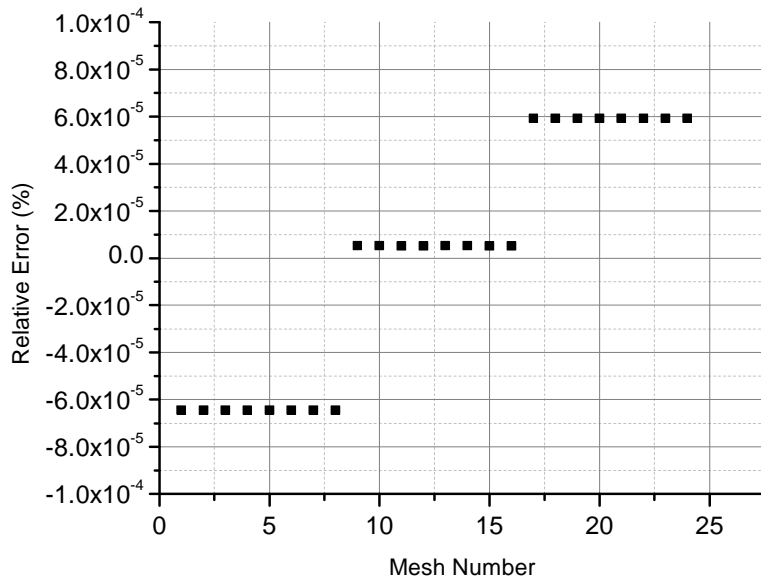
این آزمون مشابه آزمون قبل بوده با این تفاوت که شرط مرزی بیرونی بازتابنده است. نتایج این آزمون در جدول شماره ۸ آورده شده است که نشانگر دقت مناسب روش و برنامه پیاده شده است. شکل ۱۳ نشانگر توزیع شار در نواحی مختلف و شکل ۱۴ نشانگر خطای نسبی شار محاسبه شده است.

جدول شماره ۸: ضریب تکثیر و حداکثر خطای نسبی شار محاسبه شده برای آزمون دوم

No.	k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
DRAGON	0.875	-	-
COPRO-2D	0.8750078	0.88	0.0001



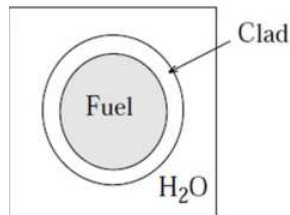
شکل ۱۳: توزیع شار در مش‌های مختلف



شکل ۱۴: خطای نسبی شار محاسبه شده توسط COPRO-2D در مقایسه با کد DRAGON

۸-۳- آزمون سوم: سلول سوخت با مرز بازتابنده و تک گروهی

در این آزمون یک سلول سوخت به صورت شکل ۱۵ مورد بررسی قرار گرفته است. شعاع قرص سوخت $0/4$ سانتی‌متر، ضخامت غلاف $0/075$ سانتی‌متر و طول سلول $1/26$ سانتی‌متر است. مشخصات نوترونی این سلول در جدول شماره ۹ آورده شده است. جدول شماره ۱۰ مقادیر ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای شار را نشان می‌دهد. نتایج محاسبات نشانگر دقت مناسب محاسبات است. شکل ۱۶ شار محاسبه شده در نواحی مختلف و شکل ۱۷ خطای نسبی شار در مقایسه با کد DRAGON را نشان می‌دهد.



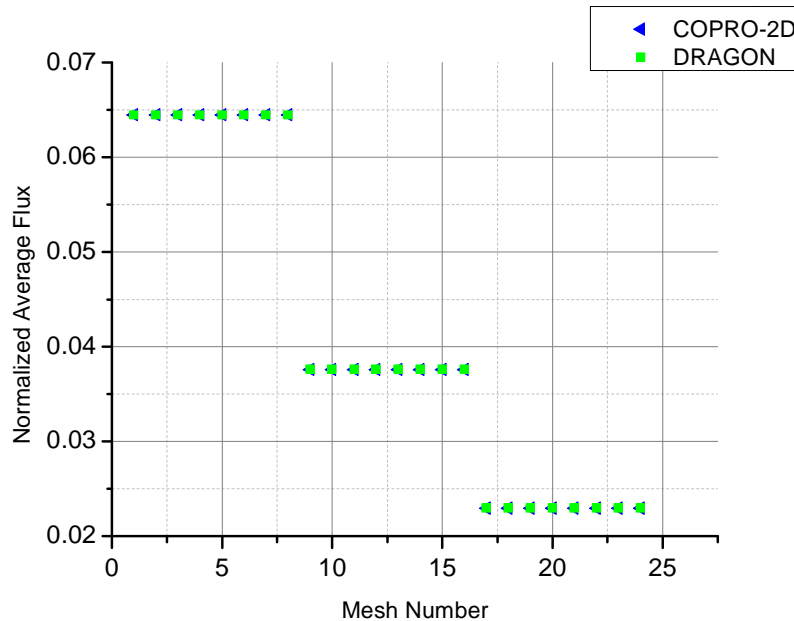
شکل ۱۵: هندسه سلول سوخت در آزمون سوم

جدول شماره ۹: سطح مقاطع بکار رفته در آزمون سوم

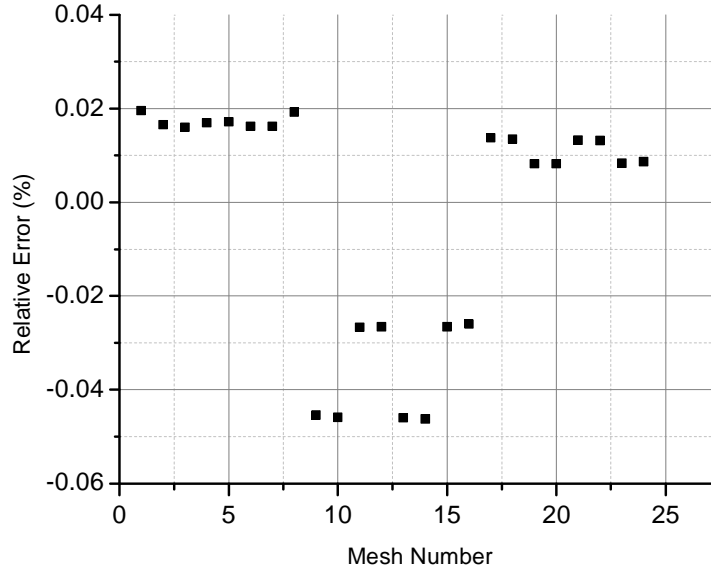
محیط	$\Sigma_s (cm^{-1})$	$\Sigma_t (cm^{-1})$	$\Sigma_f (cm^{-1})$
سوخت	0.1	1.0	0.7
غلاف	0.2	0.4	0.0
کندکننده	0.5	0.6	0.0

جدول شماره ۱۰: ضریب تکثیر و حداکثر خطای شار محاسبه شده در آزمون سوم

Code	k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
DRAGON	0.2639697	-	-
COPRO-2D	0.2641434	65.80	0.0462



شکل ۱۶: توزیع شار در نواحی مختلف



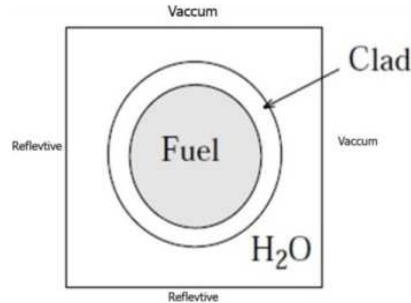
شکل ۱۷: خطای نسبی شار محاسبه شده در مقایسه با کد DRAGON

۸-۴- آزمون چهارم: سلول سوخت و تک گروهی

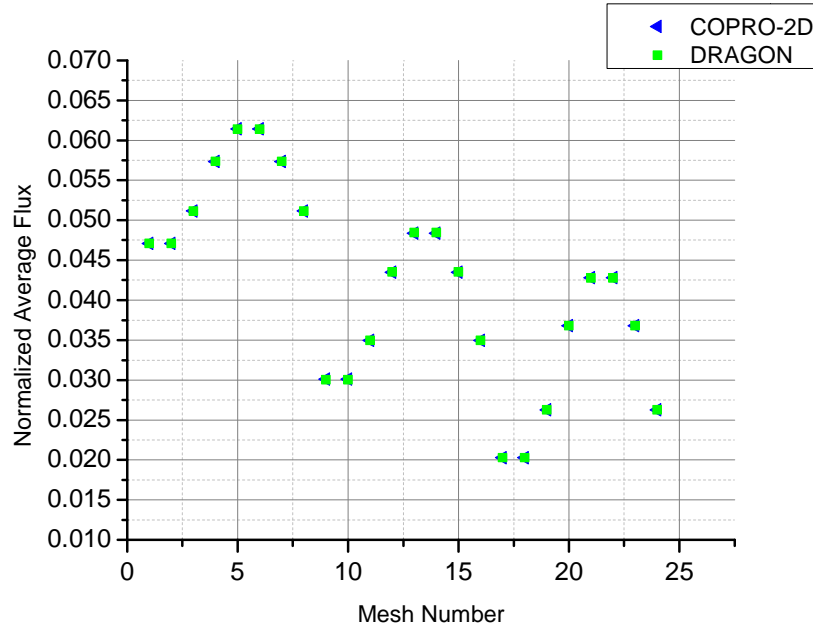
در این آزمون یک سلول سوخت (به صورت شکل ۱۸) مورد بررسی قرار گرفته است. مشخصات هندسی و نوترونی سلول مشابه آزمون سوم است با این تفاوت که شرط مرزی چپ و پایین بازتابنده و شرط مرزی بالا و راست برهنه است. شعاع قرص سوخت ۰/۴، ضخامت غلاف ۰/۰۷۵ و طول سلول ۱/۲۶ سانتی متر است. مشخصات نوترونی این سلول در جدول شماره ۹ آورده شده است. مقادیر ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای شار در جدول شماره ۱۱ قید شده است. نتایج محاسبات نشانگر دقت مناسب محاسبات است. شکل ۱۹ شار محاسبه شده در نواحی مختلف و شکل ۲۰ خطای نسبی شار در مقایسه با کد DRAGON را نشان می‌دهد.

جدول شماره ۱۱: ضریب تکثیر و حداکثر خطای شار محاسبه شده

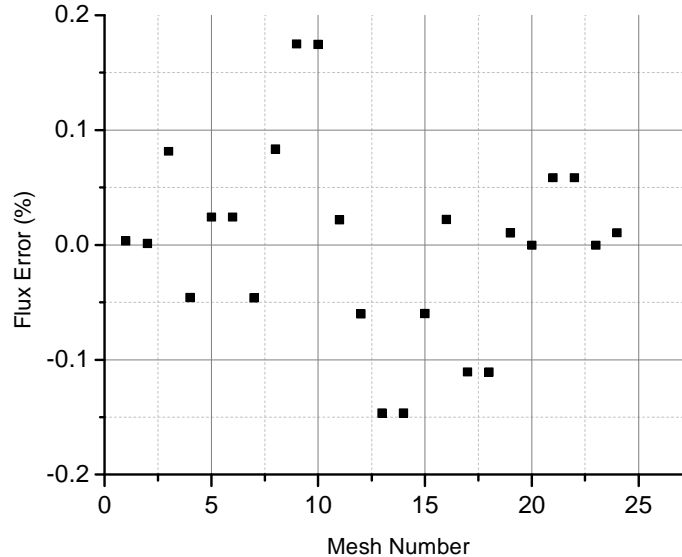
Code	k-infinite	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
DRAGON	0.6164716	-	-
COPRO-2D	0.6164811	43.83	0.1747



شکل ۱۸: سلول سوخت مربوط به آزمون چهارم



شکل ۱۹: توزیع شار در نواحی مختلف آزمون چهارم



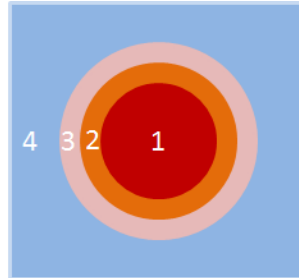
شکل ۲۰: خطای نسبی شار محاسبه شده آزمون چهارم در مقایسه با کد DRAGON

۸-۵- آزمون پنجم: سلول سوخت چهار ناحیه‌ای برهنه و تک گروهی

در این آزمون سلول سوخت چهار ناحیه‌ای با مشخصات ذکر شده در جدول شماره ۱۲ مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل ۲۱ نمایی از این سلول سوخت را نشان می‌دهد. مرز بیرونی این سلول برهنه فرض شده است. این سلول در شکل ۲۱ آورده شده است. نتایج محاسبه بحرانیت برای تعداد مش‌بندی مختلف با یکدیگر مقایسه شده است. مقادیر ضریب تکثیر محاسبه شده در جدول شماره ۱۴ قید شده است. در محاسبه احتمالات برخورد می‌توان از تقارن هندسی استفاده نمود که به صورت قابل ملاحظه‌ای زمان محاسبات را کاهش می‌دهد. ضریب تکثیر و حداکثر خطای شار محاسبه شده در حالت اعمال تقارن در جدول شماره ۱۵ آورده شده است.

جدول شماره ۱۲: سطح مقطع‌های آزمون پنجم

محیط	$\Sigma_t (cm^{-1})$	$\Sigma_s (cm^{-1})$	$\Sigma_f (cm^{-1})$
1	1.0	0.1	0.7
2	0.8	0.2	0.0
3	0.4	0.2	0.0
4	0.6	0.2	0.0



شکل ۲۱: سلول سوخت آزمون پنجم

جدول شماره ۱۳: مشخصات هندسی سلول آزمون پنجم

Outer Radius [cm]			Pitch [cm]
1	2	3	
0.2	0.4	0.475	1.26

جدول شماره ۱۴: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار در آزمون پنجم

Number of meshes	DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
32	0.1510496	0.1511447	62.98	0.0951
56	0.1532095	0.1531223	-56.89	0.1402
104	0.1545694	0.1545303	-25.32	0.1260
152	0.1549134	0.1548696	28.27	0.1297

جدول شماره ۱۵: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار با اعمال تقارن در آزمون پنجم

Number of meshes	DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
32	0.1510496	0.1510548	3.45	0.1117
56	0.1532095	0.1530214	-122.77	0.1142
104	0.1545694	0.1544826	-56.17	0.1195
152	0.1549134	0.1548202	-60.18	0.1269

این آزمون برای شرط مرزی بازتابنده نیز انجام شده است. نتایج محاسبات در جدول شماره ۱۶ ارائه شده است. نتایج در اعمال تقارن در محاسبه احتمال برخورد در جدول شماره ۱۷ آورده شده است. همانطور که مشخص است نتایج از دقت مناسبی هم در ضریب تکثیر و حداکثر خطای شار برخوردار است.

جدول شماره ۱۶: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار در آزمون پنجم

Number of meshes	DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
32	0.2091363	0.2090666	-33.31	0.0694
56	0.2103720	0.2102780	-44.66	0.0952
104	0.2111974	0.2111431	-25.72	0.0643
152	0.2114244	0.2113476	-36.32	0.0895

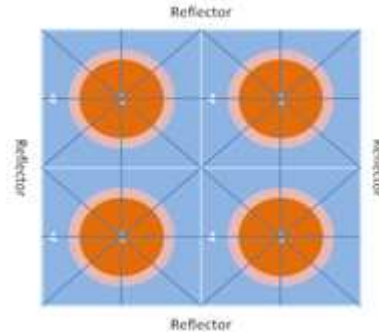
جدول شماره ۱۷: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار با اعمال تقارن در آزمون پنجم

Number of meshes	DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
32	0.2091363	0.2089971	-66.57	0.0606
56	0.2103720	0.2101945	-84.38	0.0677
104	0.2111974	0.2111029	-44.73	0.0547
152	0.2114244	0.2113057	-56.13	0.0911

۸-۶- آزمون ششم: آرایش سلول سوخت 2×2 و تک گروهی

این آزمون یک مجتمع سوخت شامل چهار سلول است. این آرایش در شکل ۲۲ نشان داده شده است. هر سلول سوخت شامل سه ناحیه است که مشخصات نوترونی هر ناحیه در جدول شماره ۱۸ قید گردیده است. قطر قرص سوخت 0.4 ، ضخامت غلاف 0.075 و طول سلول سوخت $1/26$ سانتی متر است. مرز بیرونی بازتابنده در نظر گرفته شده است.

جدول شماره ۱۹ نتایج حاصله را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است ضریب تکثیر با خطای 13 pcm و حداکثر خطای نسبی شار 0.339 درصد است که مقادیر مناسبی است. همین آزمون برای شرط مرزی خلأ نیز بررسی و نتایج حاصله در جدول شماره ۲۰ ارائه شد. در این آزمون نیز به دقت مناسبی از ضریب تکثیر و حداکثر خطای نسبی شار دست‌یافته شده است.



شکل ۲۲: آرایش مجتمع سوخت در آزمون ششم

جدول شماره ۱۸: مشخصات نوترونی سلول سوخت (آزمون ششم)

No.	$\Sigma_f (cm^{-1})$	$\Sigma_s (cm^{-1})$	$\Sigma_f (cm^{-1})$
1	1.0	0.2	0.7
2	0.4	0.2	0.0
3	0.6	0.2	0.0

جدول شماره ۱۹: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای شرط مرزی بازتابنده در آزمون ششم

DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
0.5012504	0.5011846	-13.13	0.0339

جدول شماره ۲۰: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای شرط مرزی خلأ در آزمون ششم

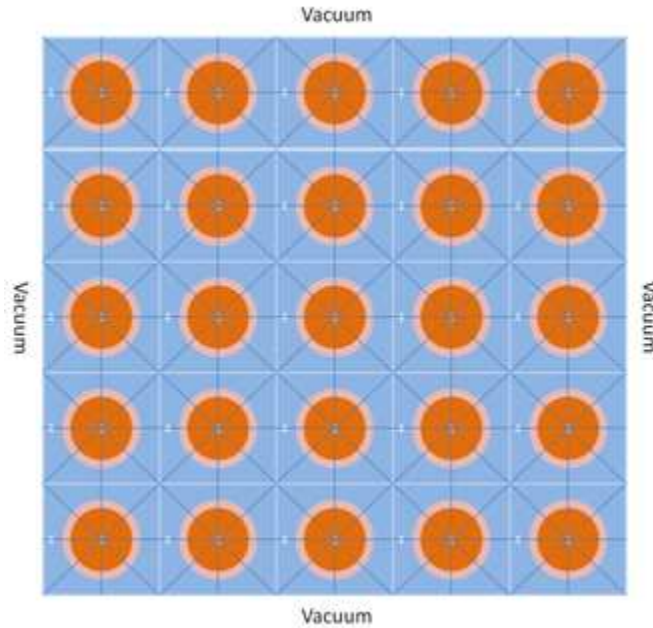
DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
0.3332196	0.3332516	9.60	0.0670

۸-۷- آزمون هفتم: آرایش ۵×۵ سلول سوخت تک گروهی

در این آزمون یک مجتمع سوخت مربعی ۵×۵ بررسی شده است. مشخصات نوترونی و هندسی هر سلول سوخت مشابه آزمون قبل است. آرایش این مجتمع سوخت در شکل ۲۳ نشان داده شده است. نتایج حاصله در جدول شماره ۲۱ آورده شده است.

جدول شماره ۲۱: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای آزمون هفتم.

DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	(pcm) خطای نسبی ضریب تکثیر	حداکثر خطای نسبی شار (%)
0.4325022	0.4324975	-1.09	0.0931



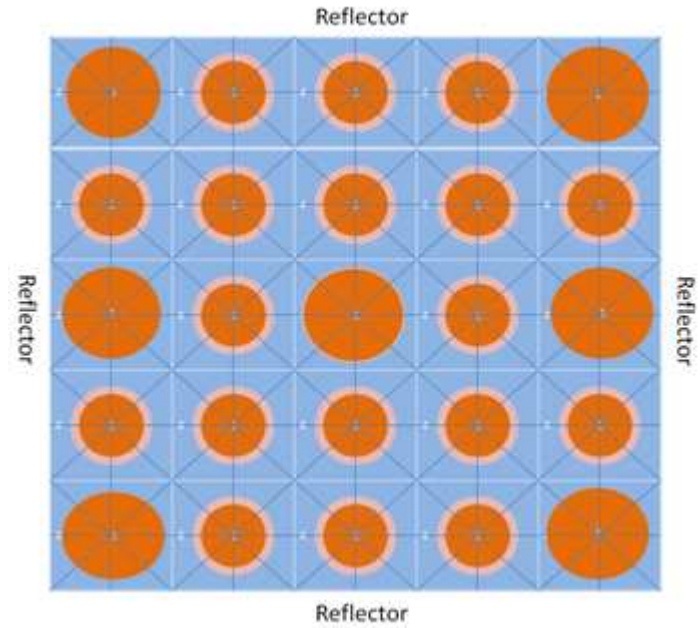
شکل ۲۳: آرایش مجتمع سوخت

۸-۸- آزمون هشتم: آرایش ۵×۵ سلول سوخت با ابعاد متفاوت

در این آزمون یک مجتمع سوخت مربعی ۵×۵ بررسی شده است که سلول‌های استفاده شده متفاوت است. مشخصات نوترونی هر سلول سوخت مشابه آزمون قبل است. سلول سوخت اول دارای شعاع سوخت ۰/۴ سانتی‌متر، ضخامت غلاف ۰/۰۷۵ سانتی‌متر و طول سلول ۱/۲۶ سانتی‌متر و سلول سوخت دوم دارای شعاع سوخت ۰/۵۷۵ سانتی‌متر، بدون غلاف و طول سلول ۱/۲۶ سانتی‌متر است. آرایش این مجتمع سوخت در شکل ۲۴ نشان داده شده است. نتایج حاصل در جدول شماره ۲۲ آورده شده است.

جدول شماره ۲۲: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای آزمون هشتم

DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
0.5845678	0.5844960	-12.27	0.0832



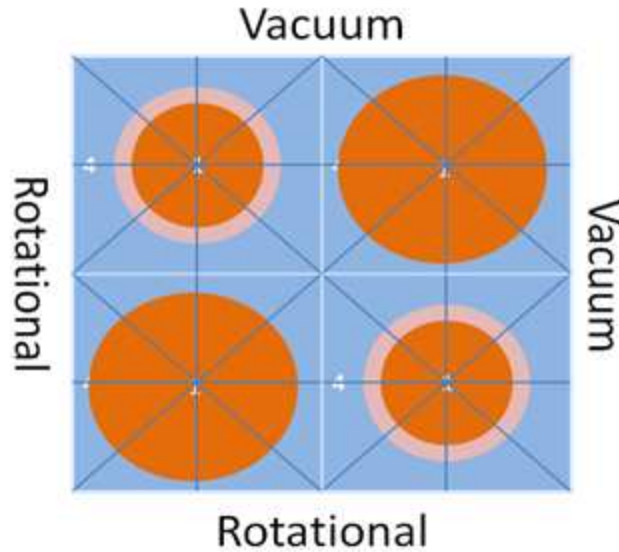
شکل ۲۴: آرایش مجتمع سوخت

۸-۹- آزمون نهم: آرایش ۲×۲ سلول سوخت با شرط مرزی چرخشی

این آزمون یک مجتمع سوخت ۲×۲ است که شرط مرزی چپ و پایین چرخشی و شرط مرزی بالا و راست بازتابنده در نظر گرفته شده است. آرایش این مجتمع سوخت در شکل ۲۵ نشان داده شده است. نتایج حاصله در جدول شماره ۲۳ آورده شده است.

جدول شماره ۲۳: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای آزمون نهم

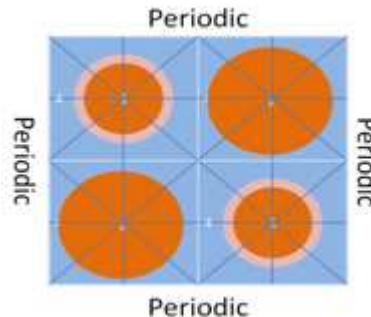
DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
0.5294691	0.5294476	-4.07	0.1031



شکل ۲۵: آرایش مجتمع سوخت آزمون نهم

۸-۱۰- آزمون دهم: آرایش 2×2 سلول سوخت با شرط مرزی متناوب

این آزمون یک مجتمع سوخت 2×2 است که شرط مرزی متناوب در نظر گرفته شده است. مشخصات نوترونی و هندسی هر سلول سوخت مشابه آزمون ۸ است. آرایش این مجتمع سوخت در شکل ۲۶ نشان داده شده است. نتایج حاصله در جدول شماره ۲۴ آورده شده است. نتایج دارای دقت مناسبی هستند.



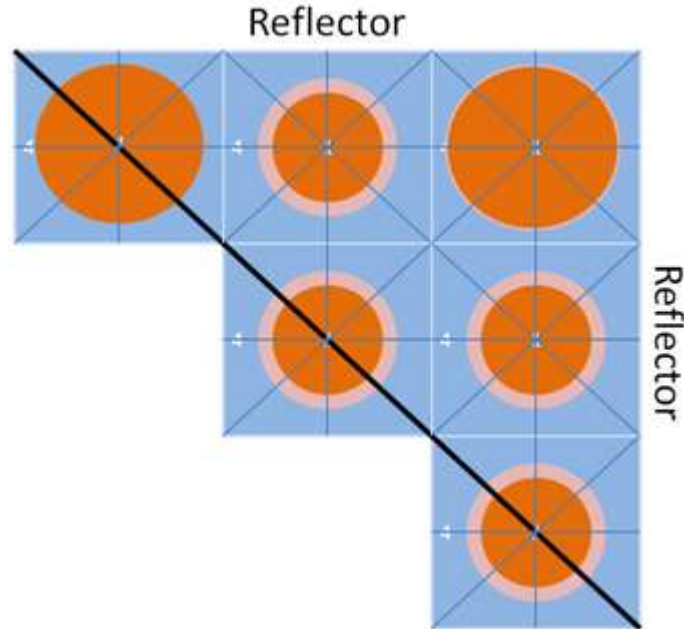
شکل ۲۶: آرایش مجتمع سوخت آزمون دهم

جدول شماره ۲۴: ضریب تکثیر محاسبه شده برای آزمون دهم.

DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)
0.6187636	0.6182059	-90.12

۸-۱۱- آزمون یازدهم: آرایش سلول سوخت 3×3 با اعمال تقارن $1/2$

این آزمون یک مجتمع سوخت 3×3 است که دارای تقارن $1/2$ است. مشخصات نوترونی و هندسی هر سلول سوخت مشابه آزمون ۸ است. آرایش این مجتمع سوخت در شکل ۲۷ نشان داده شده است. نتایج حاصله در جدول شماره ۲۵ آورده شده است. نتایج دارای دقت مناسبی هستند.



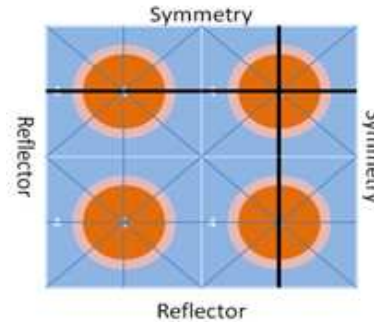
شکل ۲۷: مدل سازی مجتمع سوخت به صورت $1/2$

جدول شماره ۲۵: ضریب تکثیر محاسبه شده برای آزمون یازدهم

DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)
0.5990957	0.5990238	-12.00

۸-۱۲- آزمون دوازدهم: آرایش 3×3 سلول سوخت با اعمال تقارن $1/4$

این آزمون یک مجتمع سوخت 3×3 است که دارای تقارن $1/4$ است. مشخصات نوترونی و هندسی هر سلول سوخت مشابه آزمون ۶ است. آرایش این مجتمع سوخت در شکل ۲۸ نشان داده شده است. نتایج حاصله در جدول شمار ۲۶ آورده شده است. خطای محاسباتی ضریب تکثیر pcm ۱۳ و حداکثر خطای نسبی محاسباتی شار 0.0517% است. نتایج دارای دقت مناسبی است.



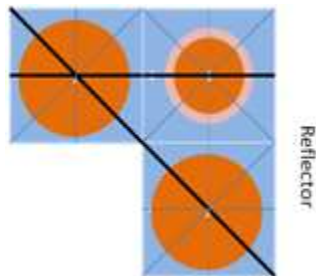
شکل ۲۸: مدل سازی مجتمع سوخت به صورت تقارن ۱/۴ (آزمون دوازدهم)

جدول شماره ۲۶: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار در آزمون دوازدهم

DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
0.6105395	0.6104599	-13.03	0.0517

۸-۱۳- آزمون سیزدهم: آرایش 3×3 سلول سوخت با اعمال تقارن $1/8$

این آزمون یک مجتمع سوخت 3×3 است که دارای تقارن $1/8$ است. مشخصات نوترونی و هندسی هر سلول سوخت مشابه آزمون ۸ است. آرایش این مجتمع سوخت در شکل ۲۹ نشان داده شده است. نتایج حاصله در جدول شماره ۲۷ آورده شده است. خطای محاسباتی ضریب تکثیر pcm ۱۲ و حداکثر خطای نسبی محاسباتی شار 0.0518% است. نتایج دارای دقت مناسبی است.



شکل ۲۹: مدل سازی مجتمع سوخت به صورت تقارن $1/8$ (آزمون سیزدهم)

جدول شماره ۲۷: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار

DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار (%)
0.6329127	0.6328322	-12.71	0.0518

۸-۱۴- آزمون چهاردهم: آرایش ۱۰×۱۰ سلول سوخت چند گروهی

در این آزمون یک مجتمع سوخت با مشخصات هندسی سلول سوخت شامل شعاع سوخت ۰/۴، ضخامت غلاف ۰/۰۷۵ و طول سلول ۱/۲۶ سانتی متر است. مرز بیرونی مجتمع سوخت به صورت بازتابنده در نظر گرفته شده است. سطح مقاطع دو گروهی این آزمون در جدول شماره ۲۸ آورده شده است. نتایج حاصله در جدول شماره ۲۹ آورده شده است. خطای محاسباتی ضریب تکثیر pcm ۱۲ و حداکثر خطای نسبی محاسباتی شار ۰/۰۵۱۸ است. نتایج دارای دقت مناسبی است.

جدول شماره ۲۸: سطح مقطع‌های دو گروهی آزمون چهاردهم

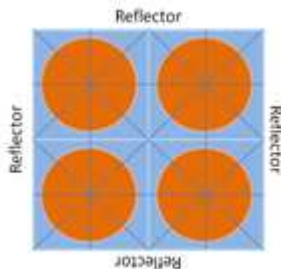
$\Sigma_{sg+1\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	$v\Sigma_f(cm^{-1})$	ماده	داده
0.060	0.15992	0.22222	0.000	Fuel	1
0.060	0.11000	0.1200	0.000	Clad	
0.100	0.17678	0.27778	0.000	Reflector	
0.000	0.63333	0.83333	0.218	Fuel	2
0.000	0.15680	0.29850	0.000	Clad	
0.000	2.2022	2.22222	0.000	Reflector	

جدول شماره ۲۹: ضریب تکثیر محاسبه شده مربوط به آزمون چهاردهم

DRAGON Keff	COPRO-2D Keff	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)
0.9452835	0.945237	4.92

۸-۱۵- آزمون پانزدهم: آرایش 2×2 سلول سوخت چند گروهی

در این آزمون یک مجتمع سوخت با مشخصات هندسی سلول سوخت شامل شعاع سوخت 0.475 و طول سلول $1/26$ سانتی متر است. شکل ۳۰ سطح مقاطع چهار گروهی این آزمون در جدول شماره ۳۰ آورده شده است. نتایج حاصله برای مرز بازتابنده در جدول شماره ۳۱ آورده شده است. نتایج حاصله برای مرز خلاء در جدول شماره ۳۲ آورده شده است. نتایج دارای دقت مناسبی است.



شکل ۳۰: آرایش مجتمع سوخت آزمون پانزدهم

جدول شماره ۳۰: سطح مقطع‌های چهارگروهی آزمون پانزدهم

χ_g	$v\Sigma_f(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg+1\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_{sg\leftarrow g}(cm^{-1})$	$\Sigma_t(cm^{-1})$	Mat.	Gr.
0.575	0.009572	0.083004	0.066206839	0.0154156839	Fuel	1
	0.0	0.0941	0.0091	0.1032	Moderator	
0.425	0.0171448	0.0584	0.245499057	0.306739057	Fuel	2
	0.0	0.1353	0.2171	0.3524	Moderator	
0.0	0.01768	0.06453	0.43253312	0.52759312	Fuel	3
	0.0	0.1387	0.4146	0.5544	Moderator	
0.0	0.158140	0.0	0.819822279	0.9408222279	Fuel	4
	0.0	0.0	2.279	0.2981	Moderator	

جدول شماره ۳۱: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای مرز بازتابنده

DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۱ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۲ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۳ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۴ (%)
1.188021	1.1877479	-22.98	0.0057	0.0082	0.0058	0.0041

جدول شماره ۳۲: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای مرز خلأ

DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۱ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۲ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۳ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۴ (%)
0.009730850	0.009734156	33.97	0.0725	0.0807	0.1426	0.1912

سطح مقطع پراکندگی سوخت به نحو جدول شماره ۳۳ تغییر کرده تا پراکندگی رو به بالا وجود داشته باشد. جدول شماره ۳۴ نتایج حاصله را شرح می دهد که دارای دقت مناسبی هستند.

جدول شماره ۳۳: سطح مقطع پراکندگی سوخت با لحاظ پراکندگی رو به بالا برای آزمون پانزدهم

$\Sigma_{sg \leftarrow g'} (cm^{-1})$	1	2	3	4
1→	0.066207	0.083004	0.0	0.0
2→	0.0	0.245499	0.0584	0.0
3→	0.0	0.1	0.432533	0.06453
4→	0.0	0.2	0.3	0.819822

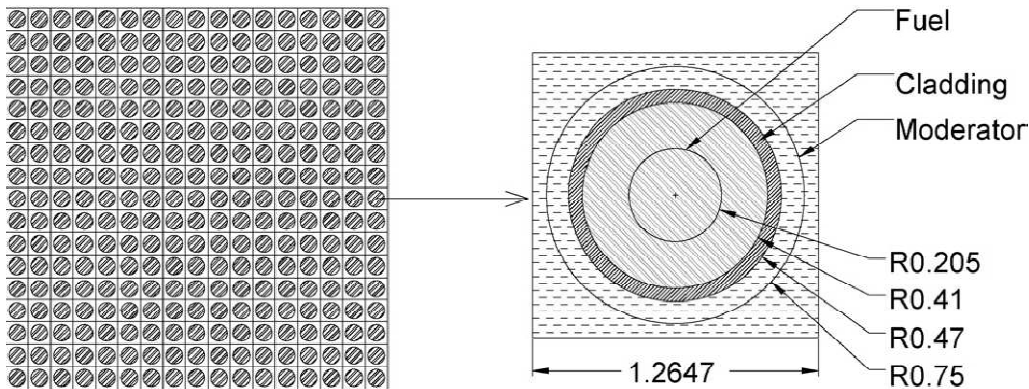
جدول شماره ۳۴: ضریب تکثیر محاسبه شده و حداکثر خطای نسبی شار برای مرز خلأ (آزمون پانزدهم)

DRAGON k_{eff}	COPRO-2D k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۱ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۲ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۳ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۴ (%)
0.0260293	0.0260472	68.5	0.1342	0.1280	0.1408	0.1470

۸-۱۶- آزمون شانزدهم: مجتمع سوخت ۱۷×۱۷ چند گروهی

این آزمون یک مجتمع سوخت راکتور PWR است که شامل یک آرایش ۱۷×۱۷ از سلول‌های سوخت است [۱۲]. این آرایش در شکل ۳۱ نشان داده شده است. تمام این سلول‌های این مجتمع سوخت از سه ناحیه مجزا تشکیل شده اند که به ترتیب شامل مواد شکافا، غلاف و کند کننده اطراف آن است. سطح مقاطع دو گروهی این آزمون در جدول شماره ۳۵ ارائه شده است. آزمون فوق با استفاده از کد نوشته شده COPRO-2D مدل گردیده و نتایج در جدول شماره ۳۶ آورده

شده است. نتایج در چهار حالت شامل ۱. مدل سازی کل مجتمع سوخت بدون لحاظ تقارن هندسی و محاسبه احتمالات برخورد، ۲. مدل سازی کل مجتمع سوخت بدون لحاظ تقارن هندسی و لحاظ تقارن در محاسبه احتمالات برخورد، ۳. مدل سازی مجتمع سوخت تقارن هندسی $1/8$ و بدون لحاظ تقارن محاسبه احتمالات برخورد، ۴. مدل سازی مجتمع سوخت تقارن هندسی $1/8$ و لحاظ تقارن محاسبه احتمالات برخورد، ارائه شده است.



شکل ۳۱: شبکه‌ای از سلول‌های سوخت (آزمون شانزدهم)

جدول شماره ۳۵: سطح مقاطع آزمون شانزدهم

χ_g	$\Sigma_{sg \rightarrow 2} (cm^{-1})$	$\Sigma_{sg \rightarrow 1} (cm^{-1})$	$\nu \Sigma_{fg} (cm^{-1})$	$\Sigma_{tg} (cm^{-1})$	ماده	گروه انرژی
1.0	0.001451	0.361893	0.022141	0.392175	Fuel	1
	0.000288	0.274505	0.0	0.276383	Clad	
	0.02128	0.411998	0.0	0.439812	Moderator	
0.0	0.358282	0.001451	0.496970	0.622581	Fuel	2
	0.273807	0.000774	0.0	0.278610	Clad	
	1.33517	0.002672	0.0	1.35565	Moderator	

جدول شماره ۳۶: ضریب تکثیر محاسبه شده آزمون شانزدهم

No.	MCNP [12]	DRAGON-DP1	DRAGON-DP0	COPRO-2D-DP0		خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)
1	1.06405± 0.00043	1.06418	1.06492	1.065052	Full-NonSym ^{۱۴}	94.08
2				1.065057	Full-Sym ^{۱۵}	94.55
3				1.065052	1/8-NonSym ^{۱۶}	94.07
4				1.065057	1/8-Sym ^{۱۷}	94.54

^{۱۴} مدل‌سازی کامل هندسه بدون اعمال تقارن در محاسبه احتمال برخوردها

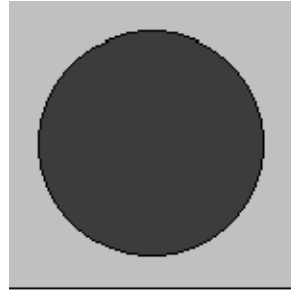
^{۱۵} مدل‌سازی کامل هندسه با اعمال تقارن در محاسبه احتمال برخوردها

^{۱۶} مدل‌سازی ۱/۸ هندسه بدون اعمال تقارن در محاسبه احتمال برخوردها

^{۱۷} مدل‌سازی ۱/۸ هندسه با اعمال تقارن در محاسبه احتمال برخوردها

۸-۱۷- آزمون هفدهم: آرایش یک سلول سوخت چهار گروهی

این آزمون یک سلول سوخت است. این سلول از دو ناحیه مطابق شکل ۳۲ تشکیل شده است. مشخصات نوترونی هر ناحیه در جدول شماره ۴۰-۳۹ قید شده است. قطر قرص سوخت ۰/۵۴، و گام شبکه ۱/۲۶ سانتی متر است. مرز بیرونی بازتابنده در نظر گرفته شده است. جدول شماره ۳۷ نتایج حاصله را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است ضریب تکثیر دارای خطای pcm ۲۱ است. همچنین شار گروهی نیز ارزیابی شده و نتایج آن در جدول شماره ۳۸ آورده شده است. حداکثر خطای نسبی شار ۰/۰۳۷۴ درصد است که مقدار مناسبی است. همین آزمون برای سطح مقاطع هفت گروهی که در جدول شماره ۳۹-۴۲ آورده شده، نیز بررسی و نتایج حاصله در جدول شماره ۴۳ و جدول شماره ۴۴ ارائه شده است.



■ Fuel-Clad Mix
□ Moderator

شکل ۳۲: نمای سلول واحد آزمون هفدهم

جدول شماره ۳۷: ضریب تکثیر آزمون هفدهم

DRAGON- DP0 k_{eff}	COPRO-2D- DP0 k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	DRAGON- DP1 k_{eff}	COPRO- 2D-DP1 k_{eff}	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)
1.237896	1.2376101	-23.093	1.237685	1.2374115	-21.42

جدول شماره ۳۸: خطای نسبی شار آزمون هفدهم

Type	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۱ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۲ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۳ (%)	حداکثر خطای نسبی شار گروه ۴ (%)
DP ₁	0.0276	0.0171	0.0131	0.0374
DP ₀	0.0241	0.0173	0.0150	0.0287

جدول شماره ۸۳۹: سطح مقطع‌های سوخت در آزمون هفدهم

Group	χ_g	ν_g	$\Sigma_{fg} (cm^{-1})$	$\Sigma_{tg} (cm^{-1})$
1	5.8791E-01	2.7815E+00	7.2121E-03	1.7795E-01
2	4.1176E-01	2.4744E+00	8.1930E-04	3.2981E-01
3	3.3906E-04	2.4338E+00	6.4532E-03	4.8039E-01
4	1.1761E-07	2.4338E+00	1.8565E-02	5.5437E-01
5	0.0000E+00	2.4338E+00	1.7808E-02	3.1180E-01
6	0.0000E+00	2.4338E+00	8.3035E-02	3.9517E-01
7	0.0000E+00	2.4338E+00	2.1600E-01	5.6441E-01

جدول شماره ۴۰: سطح مقطع پراکندگی سوخت در آزمون هفدهم

Group	7	6	5	4	3	2	1
1→	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	5.5163E-09	9.4374E-06	4.2378E-02	1.2754E-01
2→	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	3.1427E-09	1.6314E-03	3.2446E-01	0.0000E+00
3→	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	2.6792E-03	4.5094E-01	0.0000E+00	0.0000E+00
4→	0.0000E+00	0.0000E+00	5.5664E-03	4.5257E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
5→	1.0021E-08	1.0255E-02	2.7140E-01	1.2525E-04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
6→	1.6809E-02	2.6580E-01	1.2968E-03	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
7→	2.7308E-01	8.5458E-03	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

جدول شماره ۴۱: سطح مقطع‌های کندکننده در آزمون هفدهم

Group	Capture cross-section	Absorption cross-section	Transport cross-section
1	6.0105E-04	6.0105E-04	1.5921E-01
2	1.5793E-05	1.5793E-05	4.1297E-01
3	3.3716E-04	3.3716E-04	5.9031E-01
4	1.9406E-03	1.9406E-03	5.8435E-01
5	5.7416E-03	5.7416E-03	7.1800E-01
6	1.5001E-02	1.5001E-02	1.2545E+00
7	3.7239E-02	3.7239E-02	2.6504E+00

جدول شماره ۴۲: سطح مقطع پراکندگی کندکننده در آزمون هفدهم

Group	7	6	5	4	3	2	1
1→	0.0000	0.0000	5.3184E-8	3.7499E-6	7.2347E-4	1.1340E-1	4.4478E-2
2→	1.045E-6	7.448E-6	4.8002E-5	6.2340E-4	1.2994E-1	2.8233E-1	0.0000E+0
3→	5.034E-4	2.644E-3	1.6999E-2	2.2457E-1	3.4526E-1	0.0000E+0	0.0000E+0
4→	1.213E-2	6.373E-2	4.1551E-1	9.1028E-2	0.0000E+0	0.0000E+0	0.0000E+0
5→	6.122E-2	5.118E-1	1.3914E-1	7.1437E-5	0.0000E+0	0.0000E+0	0.0000E+0
6→	5.373E-1	6.999E-1	2.2157E-3	0.0000E+0	0.0000E+0	0.0000E+0	0.0000E+0
7→	2.480E+0	1.324E-1	0.0000E+0	0.0000E+0	0.0000E+0	0.0000E+0	0.0000E+0

جدول شماره ۴۳: ضریب تکثیر آزمون هفدهم

DRAGON-DP0	COPRO-2D-DP ₀	خطای ضریب تکثیر (pcm)	DRAGON-DP1	COPRO-2D-DP ₁	خطای ضریب تکثیر (pcm)
1.326684	1.3266921	0.61	1.326892	1.3268436	3.64

جدول شماره ۴۴: درصد حداکثر خطای نسبی شار در گروه‌های مختلف در آزمون هفدهم

Type	گروه ۱	گروه ۲	گروه ۳	گروه ۴	گروه ۵	گروه ۶	گروه ۷
DP ₁	0.0246	0.0128	0.0243	0.0424	0.0207	0.0506	0.0693
DP ₀	0.0239	0.0135	0.0173	0.0162	0.0202	0.0189	0.0357

۸-۱۸- آزمون هجدهم: مجتمع سوخت ۱۷×۱۷ چند گروهی

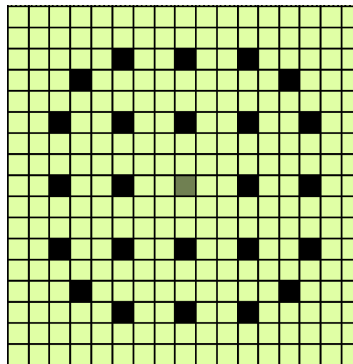
این آزمون یک مجتمع سوخت ۱۷×۱۷ راکتور PWR با ویژگی‌های آزمون شانزدهم می‌باشد. این آزمون با استفاده از تقریب مرتبه اول بسط هارمونیک‌های کروی اجرا و نتایج حاصله با تقریب مرتبه پایین‌تر مقایسه شده است.

جدول شماره ۴۵: ضریب تکثیر محاسبه شده آزمون هجدهم

MCNP	COPRO-2D-DP ₀	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)	COPRO-2D-DP ₁	خطای نسبی ضریب تکثیر (pcm)
1.06405±0.00043	1.0648982	79.71	1.0641485	9.25

۸-۱۹- آزمون نوزدهم: مجتمع سوخت اورانیوم 17×17

هندسۀ این آزمون، مجتمع سوخت اکسید اورانیوم (UOX) محک C5G7 است که از یک آرایش 17×17 شامل ۲۶۴ میله سوخت، ۲۴ میله راهنما و ۱ میله اندازه گیری تشکیل شده است. شعاع میله 0.54 و گام شبکه $1/26$ سانتی متر است. سطح مقاطع این آزمون در مرجع [۱۱] ذکر گردیده است.

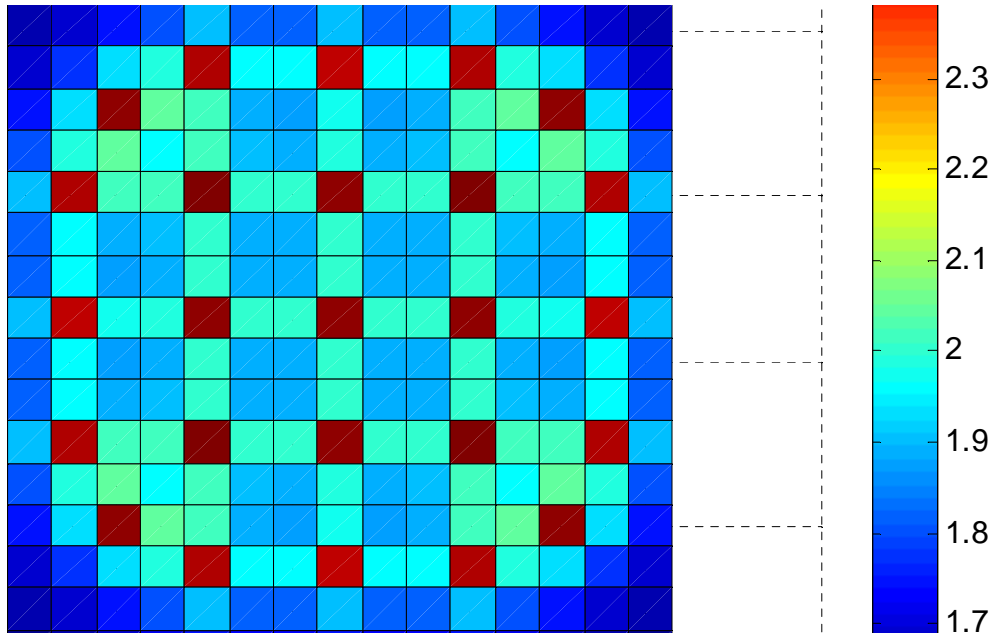


شکل ۳۳: مجتمع سوخت UO2

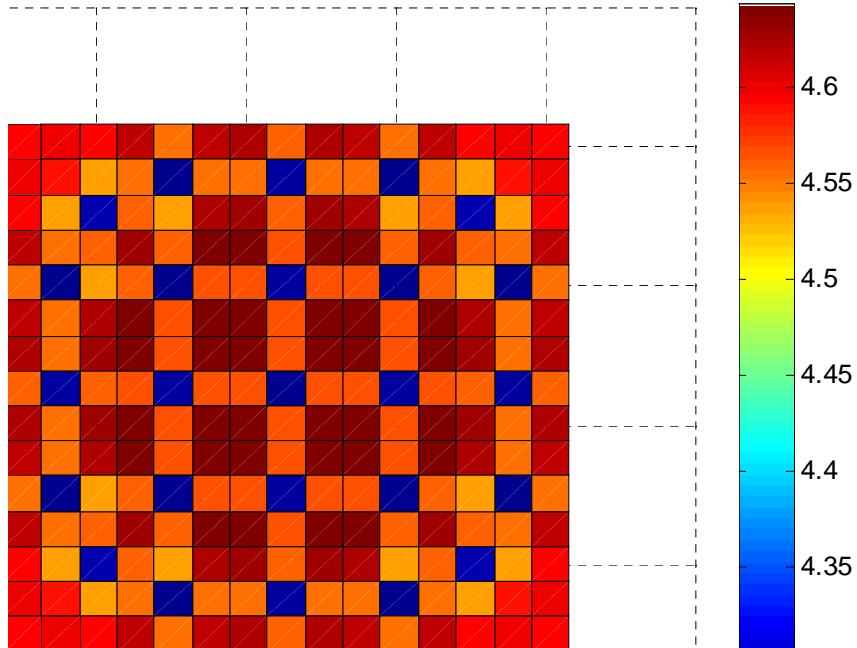
این آزمون با استفاده از کد نوشته شده مورد ارزیابی و ضریب تکثیر محاسبه شده در جدول شماره ۴۶ آورده شده است. توزیع شار حرارتی و سریع در شکل ۳۴ و شکل ۳۵ ترسیم گردیده است.

جدول شماره ۴۶: ضریب تکثیر محاسبه شده در آزمون نوزدهم

MCNP	DRAGON-DP0	COPRO-2D-DP0	DRAGON-DP1	COPRO-2D-DP1
1.333419	1.334987	1.3350121	1.335212	1.3353408



شکل ۳۴: توزیع شار حرارتی در آزمون نوزدهم



شکل ۳۵: توزیع شار سریع در آزمون نوزدهم

۹- نتیجه گیری

روش احتمال برخورد یکی از روش‌های مطرح در حل معادله ترابرد می‌باشد که به صورت متداول در کدهای محاسبات سلولی استفاده شده است. ما از روش احتمال برخورد و جریان مرزی برای ترابرد نوترون استفاده کرده‌ایم. در این گزارش کدی برای محاسبات ترابرد با استفاده از روش احتمال برخورد و جریان مرزی توسعه داده شده که COPRO-2D نام دارد. نتایج حاصل از کد توسعه داده شده COPRO-2D با استفاده از پاسخ تحلیلی و کد DRAGON و MCNP راستی‌آزمایی شده است. پاسخ‌های حاصل، تطابق بسیار خوبی دارند.

۱۰- مراجع

1. Cacuci DG (Ed.), "Handbook of Nuclear Engineering", Springer, 2010.
2. Slater M. "Parallel Solutions of the Neutron Transport Equation in Two- and Three-Dimensions by the Collision Probability Method", PhD dissertation, University of California at Berkeley, USA, 1997.
3. Keller "A collision probability method for one-dimensional space-time nuclear reactor kinetics", PhD dissertation, University of Michigan, USA, 1994.
4. Stammler A. "Methods of Steady-State Reactor Physics in Nuclear Design", Academic Press, 1983.
5. Marleau G. "Collision Probability Calculations", DRAGON THEORY MANUAL, 2001.
6. Marleau G. "Dragon Theory for 3-D CANDU Problems", 2004
7. De Oliveira C.R.E., Wood J., "A Multi-group Finite Element Solution of Neutron Transport Equation-I, (XY Geometry)", Ann. Nucl. Energy, Vol. 11, No. 5, pp. 229-243, 1984.

8. Ackroyd RT. et al., "A Finite Element Method for Neutron Transport, Part IV: A Comparison of Some Finite Element Solutions of Two group Benchmark Problems with Conventional Solutions", Ann. Nucl. Energy, Vol. 7, pp. 335-349, 1980.
9. Calceira AD., Garcia RDM. "On Criticality calculations in multi-slab geometry", Annals Nucl. Energy (28), pp. 1563-1581, 2001.
10. Sood A. et al, "Analytical Benchmark Test Set for Criticality Code Verification", Prog. Nucl. Energy, Vol. 42, No. 1, pp. 55-106, 2003.
11. OECD/NEA, "Benchmark on Deterministic Transport Calculations Without Spatial Homogenization", 2003.
11. Sanchez R., Mao L., Santandrea S. "Treatment of Boundary Conditions in Trajectory-Based Deterministic Transport Methods", Nucl. Sci. Eng: 140, pp. 23-50, 2002.
12. Chen Q., Wu H., Cao L., "Auto MOC - A 2D neutron transport code for arbitrary geometry based on the method of characteristics and customization of AutoCAD", Nuc. Eng. Design: 238 pp. 2828-2833, 2008.